



مقاله پژوهشی

بررسی عددی تأثیر میزان نفوذپذیری سازند و هرزروی سیال داخل ترک بر روی
مشخصات شکاف هیدرولیکی در مخازن نفت و مقایسه با مدل های تحلیلی *KGD* و *PKN*

مرتضی اسفندیاری^{۱*}؛ علی پاک^۲

۱- دانشجوی دکتری تخصصی عمران-ژئوتکنیک، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شریف

۲- استاد، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شریف

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۰۳ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۱/۱۹

شناسه دیجیتال (DOI): 1022107/JPG.2022.325939.1156

چکیده	واژگان کلیدی
<p>از نقطه نظر مهندسی مخازن نفت، نحوه افزایش تولید از مخازن دارای نفوذپذیری کم و چاه های آسیب دیده، یکی از مهم ترین و پرچالش ترین مسائل می باشد. به خصوص اگر این مخازن دارای ذخایر نفتی بالابوده و پتانسیل تولید بیشتری را داشته باشند. روش شکافت هیدرولیکی یکی از روش های ازدیاد برداشت از مخازن نفتی است که در چند دهه گذشته مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است.</p> <p>با تزریق سیال تحت فشار به داخل مخزن، می توان به تنش های برجا و مقاومت کششی سنگ غلبه کرده و در سنگ ترک ایجاد کرد. شرایط ژئومکانیکی مخزن از قبیل سختی سنگ، تنش های برجا، مقاومت کششی، میزان نفوذپذیری مخزن، میزان هرزروی سیال داخل ترک به مخزن و ... مستقیماً بر مشخصه های شکاف هیدرولیکی ایجاد شده تأثیر می گذارند. مدل های تحلیلی مختلفی برای پیش بینی مشخصه های ترک هیدرولیکی وجود دارد. در این میان، دو مدل <i>KGD</i> و <i>PKN</i> از مشهورترین و کاربردی ترین مدل های تحلیلی شکاف هیدرولیکی هستند. هر دو مدل با در نظر گرفتن شرایط کرنش مسطح در فضای دوبعدی، ولی با دو رویکرد متفاوت (مدل اول در صفحه افقی و مدل دوم در صفحه قائم) مشخصه های ترک را محاسبه می نمایند. در این مدل ها برخی از مؤلفه های اثرگذار از جمله میزان نفوذپذیری سنگ مخزن و میزان نشت سیال از جداره های ترک مورد توجه قرار نگرفته اند.</p> <p>هدف از انجام این پژوهش، بررسی اثر هرزروی سیال تزریق شده به داخل مخزن می باشد که تأثیر زیادی در موفقیت یا عدم موفقیت عملیات شکافت هیدرولیکی دارد. در مقاله حاضر، تأثیر دو پارامتر مهم میزان نفوذپذیری سنگ مخزن و میزان نشت سیال از جداره های ترک به مخزن بر روی مشخصات شکاف هیدرولیکی، با استفاده از مدل سازی عددی به روش <i>XFEM</i> مورد مطالعه قرار گرفته و میزان تأثیر آن ها بر طول و عرض ترک و فشار سیال در دهانه ترک مورد ارزیابی قرار گرفته است. از مقایسه نتایج مدل سازی عددی و نتایج به دست آمده از فرمول های تحلیلی <i>KGD</i> و <i>PKN</i> مشخص شد که دو پارامتر میزان نفوذپذیری سازند و ضریب نشت جداره های ترک که در روابط تحلیلی در نظر گرفته نشده اند، تأثیر زیادی بر روی مشخصات شکاف هیدرولیکی دارند. لذا برای طراحی موفقیت آمیز و بهینه عملیات شکافت هیدرولیکی باید تأثیر هرزروی سیال نیز در نظر گرفته شود.</p>	<p>شکافت هیدرولیکی، مدل <i>KGD</i> مدل <i>PKN</i> <i>XFEM</i>، ترک چسبیده، نفوذپذیری مخزن، هرزروی سیال،</p>

اختلاف فشار، سیالات از درون سنگ های اطراف چاه به درون چاه انتقال یافته و سپس از درون چاه به سطح زمین منتقل می شوند. اگر نفوذپذیری مخزن سنگی کم باشد، انتقال سیال از سنگ به درون چاه به حد کافی صورت نمی گیرد. به همین

۱. پیش گفتار

معمولاً نفت و گاز در حفرات و شکاف های طبیعی درون سنگ های قرار گرفته در اعماق زمین حضور دارند. وقتی چاهی درون این مخازن سنگی حفر می شود، به علت وجود

دلیل نیاز به ایجاد یکسری شکافها و کانالهای مصنوعی در مخزن سنگی احساس می‌شود. یکی از روشهای کارآمد در این زمینه استفاده از فرآیند شکافت هیدرولیکی^۱ است. طی فرآیند شکافت هیدرولیکی، ابتدا سیالی با ویسکوزیته کم و به صورت پیش‌تزریق تحت فشار بالا به داخل چاه تزریق شده و بعد از غلبه به تنش‌های برجا و مقاومت کششی سنگ، باعث ایجاد ترک در سنگ می‌شود. پس از تزریق این سیال، سیال اصلی که ویسکوزیته آن به مراتب از ویسکوزیته سیال پیش‌تزریق بیشتر است به همراه ذرات ماسه به داخل چاه تزریق می‌شود. سیال اصلی باعث افزایش عرض و گسترش ترک می‌شود و ذرات ماسه نیز از بسته شدن ترک جلوگیری می‌کنند. فرآیند توصیف شده را اصطلاحاً *Hydro-Fracking* یا *Hydraulic Fracturing* و یا به طور مختصر *Fracking* می‌نامند.

شکافت هیدرولیکی علاوه بر این که در صنایع نفت و گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد، کاربردهای دیگری نیز در سایر شاخه‌های مهندسی دارد. به عنوان مثال: درمهندسی عمران برای اندازه‌گیری تنش‌های برجای سنگ در پروژه‌های سدسازی و تونل‌سازی، درمهندسی محیط زیست جهت افزایش نفوذپذیری خاک و در نتیجه افزایش کارایی روش‌های آلودگی زدائی در جای خاک‌های آلوده، استحصال انرژی زمین گرمائی یا ژئوترمال^۲ به وسیله ایجاد شکاف هیدرولیکی در توده‌های سنگ گرم و خشک و ... از سال ۱۹۶۰ تا اواخر سال ۱۹۹۰ در حدود یک میلیون عملیات شکاف هیدرولیکی در آمریکا و حدود ۲/۵ میلیون شکاف هیدرولیکی در سرتاسر دنیا ثبت شده است. از سال ۱۹۹۳ به بعد در حدود ۴۰ درصد از چاه‌های نفتی و ۷۰ درصد از چاه‌های گازی در ایالات متحده به وسیله شکاف هیدرولیکی تکمیل شده‌اند [1], [2].

ایجاد اولین مدل‌های تئوری ساده‌سازی شده برای آنالیز و طراحی شکاف هیدرولیکی در دهه ۱۹۵۰ آغاز شد و از مقالات پیشگامی که در این زمینه منتشر شد می‌توان به مقاله (۱۹۵۵) *Khristianovic, Zheltov* [3] و مقاله (۱۹۶۱) گادییار و همکاران^۸ (۱۹۹۸) [5] به بررسی تأثیر هرزروی سیال بر مشخصات شکاف هیدرولیکی با استفاده از مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی پرداختند. موئس و همکاران^۹ (۲۰۰۲) [6] روش *XFEM*^{۱۰} را برای مدل‌سازی ترک‌های دلخواه غیر صفحه‌ای توسعه دادند. فیشر و همکاران^{۱۱} (۲۰۰۴) [7] به بررسی اثر طول ترک ایجاد شده بر روی بهره‌وری مخزن پرداختند. کاساس و همکاران^{۱۲} (۲۰۰۶) [8] با ایجاد یکسری ناپیوستگی مصنوعی در توده سنگ، به بررسی تأثیر ناپیوستگی‌های اولیه بر روی گسترش ترک پرداختند. در این پژوهش نمونه تحت تنش برجا قرار گرفته و مقدار سختی شکست با استفاده از فشار خالص وارده و تنش برجا محاسبه شد. در سال (۲۰۰۹) چن و همکاران^{۱۳} [9] با مدل‌سازی ترک هیدرولیکی با روش *FEM*^{۱۴} در نرم‌افزار آباکوس به بررسی اثر طول ناحیه چسبنده^{۱۵}، مقاومت کششی سنگ مخزن و لزجت سیال پرداختند. در سال (۲۰۱۰) یائو و همکاران^{۱۶} [10] به مطالعه اثر سختی شکست و مدول الاستیسیته سنگ، نرخ تزریق، ضریب نشت^{۱۷} و لزجت سیال با استفاده از روش *FEM* و مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس پرداختند. خوئی و

گادییار و همکاران^۸ (۱۹۹۸) [5] به بررسی تأثیر هرزروی سیال بر مشخصات شکاف هیدرولیکی با استفاده از مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی پرداختند. موئس و همکاران^۹ (۲۰۰۲) [6] روش *XFEM*^{۱۰} را برای مدل‌سازی ترک‌های دلخواه غیر صفحه‌ای توسعه دادند. فیشر و همکاران^{۱۱} (۲۰۰۴) [7] به بررسی اثر طول ترک ایجاد شده بر روی بهره‌وری مخزن پرداختند. کاساس و همکاران^{۱۲} (۲۰۰۶) [8] با ایجاد یکسری ناپیوستگی مصنوعی در توده سنگ، به بررسی تأثیر ناپیوستگی‌های اولیه بر روی گسترش ترک پرداختند. در این پژوهش نمونه تحت تنش برجا قرار گرفته و مقدار سختی شکست با استفاده از فشار خالص وارده و تنش برجا محاسبه شد. در سال (۲۰۰۹) چن و همکاران^{۱۳} [9] با مدل‌سازی ترک هیدرولیکی با روش *FEM*^{۱۴} در نرم‌افزار آباکوس به بررسی اثر طول ناحیه چسبنده^{۱۵}، مقاومت کششی سنگ مخزن و لزجت سیال پرداختند. در سال (۲۰۱۰) یائو و همکاران^{۱۶} [10] به مطالعه اثر سختی شکست و مدول الاستیسیته سنگ، نرخ تزریق، ضریب نشت^{۱۷} و لزجت سیال با استفاده از روش *FEM* و مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس پرداختند. خوئی و

¹⁰ *Extended Finite Element method*

¹¹ *Fisher & et.al*

¹² *Casas & et.al*

¹³ *Chen & et.al*

¹⁴ *Finite Element method*

¹⁵ *Cohesive Zone*

¹⁶ *Yao & et.al*

¹⁷ *Leak-off*

¹ *Hydraulic Fracturing*

² *Geothermal*

³ *Khristianovic- Geertsma- De Klerk*

⁴ *Perkins-Kern-Nordgren*

⁵ *Crack width*

⁶ *Crack length*

⁷ *Injection pressure*

⁸ *Gadiyar & et.al*

⁹ *Moes & et.al*

محمدنژاد^{۱۸} (۲۰۱۳) [11] به مطالعه اثر نفوذپذیری^{۱۹} مطلق، دبی تزریق و لزجت سیال در شکافت هیدرولیکی با مدل سازی عددی

پرداختند. حداد و سپهرنوری^{۲۰} در سال (۲۰۱۴) [12] به مطالعه اثر نرخ تزریق، لزجت سیال، ضریب نشت، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون با استفاده از روش *FEM* و با تکنیک *CZM*^{۲۱} پرداخته‌اند. صابر حسینی و همکاران^{۲۲} در سال (۲۰۱۷) [13] به مطالعه اثر سختی شکست، مقاومت کششی سنگ، مدول الاستیسیته، لزجت سیال، ضریب پواسون و ضریب نشت بر مشخصه‌های شکافت هیدرولیکی با مدلسازی به روش *XFEM* پرداخته‌اند. چیتی و پاک^{۲۳} (۲۰۱۷) [14] به بررسی اثر تراکم پذیری و لزجت سیال شکافت، فشار حفره‌ای اولیه، ضریب هدایت هیدرولیکی و مقاومت کششی سنگ در محیط متخلخل با فرض عدم وجود نشت با استفاده از روش *XFEM* پرداختند. سلیقه دوست^{۲۴} و پاک (۲۰۱۸) [15] به بررسی اثر طول ترک اولیه، انرژی شکست، تنش برجا و مقاومت کششی سنگ مخزن، اثر نشت به سازند و فشار حفره‌ای سیال داخل سازند پرداختند. اسفندیاری^{۲۵} و پاک (۲۰۱۹) [16] به بررسی اثر لزجت سیال، فشار حفره‌ای اولیه، تنش‌های برجا، نسبت تنش‌های برجا، نفوذپذیری سنگ مخزن، اثر نشت به سازند، نفوذپذیری و زاویه مشبک کاری و طول مشبک کاری در جداره مخزن با استفاده از روش *XFEM* و نرم‌افزار آباکوس پرداختند.

دب^{۲۶} و همکاران در سال (۲۰۲۰) [23]، نتایج به دست آمده از مدلسازی عددی شکافت هیدرولیکی را با ساخت یکسری نمونه‌های آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار دادند. رن^{۲۷} و همکاران در (۲۰۲۱) [24]، به بررسی رشد شکافت هیدرولیکی تحت تنش‌های برجا و ضرایب نفوذپذیری سنگ مخزن مختلف به صورت آزمایشگاهی و عددی پرداختند. هانگ^{۲۸} و همکاران در (۲۰۱۷) [25]، به بررسی اندرکنش شکافت هیدرولیکی ایجاد شده با ترک‌های طبیعی به صورت عددی و

آزمایشگاهی پرداختند. بابرآوا^{۲۹} و همکاران در (۲۰۲۱) [26] به بررسی آزمایشگاهی رفتار شکافت هیدرولیکی ایجاد شده در مخازن سنگی غیر متعارف پرداختند.

هدف از مقاله حاضر، ارزیابی اثر هرزروی سیال تزریقی بر مشخصات شکافت هیدرولیکی ایجاد شده می‌باشد. پارامتر هرزروی سیال تزریقی در مدل‌های تحلیلی *KGD* و *PKN* در نظر گرفته نشده است.

۲. بیان مسئله

همان طور که ذکر شد، در مدل‌های تحلیلی *KGD* و *PKN* که برای تحلیل شکافت هیدرولیکی به کار می‌روند، برخی پارامترهای مهم از جمله میزان نفوذپذیری سازند و قابلیت نشت سیال از جداره‌های ترک بر روی مشخصات شکافت هیدرولیکی (طول ترک، بازشدگی دهانه ترک و فشار دهانه ترک) در نظر گرفته نشده است. در این مقاله ابتدا بر اساس فرضیات مدل‌های تحلیلی *KGD* و *PKN* دو مدل عددی برای شکافت هیدرولیکی ساخته شده و سپس تأثیر این دو پارامتر مهم بر روی مشخصات ترک بررسی و با نتایج مدل‌های تحلیلی *KGD* و *PKN* مقایسه شده است. یکی از معیارهای مناسب برای ایجاد و رشد ترک، معیار ترک چسبیده^{۳۰} می‌باشد که در این مقاله از این معیار برای ایجاد و توسعه ترک استفاده شده است [17]. در این مقاله از نرم‌افزار آباکوس (*ABAQUS*) و همچنین روش المان محدود توسعه یافته (*XFEM*) برای مدل‌سازی عددی ترک استفاده شده است.

۳. مدل *KGD* و *PKN*

کریستانوویچ^{۳۱} و ژلتو^{۳۲} و سپس گیرتسما^{۳۳} و دیکلارک^{۳۴} [3]، [24] با فرض رخداد ترک در صفحه افقی بصورت کرنش مسطح، مدل *KGD* را ارائه نمودند. در این مدل فرض بر این است که ترک ایجاد شده در صفحاتی به صورت افقی که به طور جداگانه دچار تغییر شکل می‌شوند، قرار دارد. به عبارتی

²⁷ Ren

²⁸ Zhang

²⁹ Bobrova

³⁰ Cohesive crack

³¹ Khristianovic

³² Zheltov

³³ Geertsma

³⁴ De Klerk

¹⁸ Khoei & Mohammadnejad

¹⁹ Permeability

²⁰ Haddad & Sepehrnoori

²¹ Cohesive Zone Method

²² Saberhosseini & et.al

²³ Chiti & Pak

²⁴ Saligedost

²⁵ Esfandiari

²⁶ Deb

لزجت سیال تزریقی و t مدت زمان تزریق سیال به درون سنگ مخزن می‌باشد.

۴. مدل ترک چسبنده

ایجاد تنش بی‌نهایت بزرگ یا تکین در نوک ترک یکی از نقاط ضعف روش مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM)^{۳۸} است. تکینگی تنش در نوک ترک، نتیجه فرض محیط پیوسته الاستیک خطی و فرض ترک کاملاً تیز است. در حالتی که اندازه ناحیه پلاستیک^{۳۹} شده در نوک ترک در مقایسه با طول ترک و ابعاد کلی مسئله قابل صرف نظر کردن نباشد، استفاده از مدل مکانیک شکست الاستیک خطی منطقی نیست. به منظور توصیف فرآیند غیر خطی که در ناحیه نوک ترک رخ می‌دهد، بارنبلات^{۴۰} (۱۹۶۲) [21] مدل ترک چسبنده را معرفی کرد. مدل ترک چسبنده، علاوه بر این که رفتار در ناحیه نوک ترک را غیر خطی در نظر می‌گیرد، مسئله تکینگی تنش در نوک ترک را نیز حل می‌کند. مطابق شکل (۲)، در مدل ترک چسبنده نوک ترک به دو صورت تعریف می‌شود: یکی نوک ترک ریاضی، محلی است که در آن ناپیوستگی میدان جابه‌جایی در مدل المان محدود توسعه‌یافته از بین می‌رود، و دیگری نوک ترک واقعی (فیزیکی)، محلی است که در آن نیروی چسبندگی در نوک ترک از بین می‌رود. در این مدل شکست مواد از طریق جداسازی کامل سطوح چسبنده رخ داده و فرآیند جداسازی توسط یک قانون چسبندگی به نام قانون کشش-جدایش^{۴۱} بیان می‌شود که تنش چسبندگی و جابجایی نسبی سطوح چسبنده را توصیف می‌کند. در شکل (۲) ناحیه چسبنده در جلوی ترک نشان داده شده است که در آن t تنش چسبنده و δ تغییر شکل جداسازی لایه چسبنده می‌باشد. مساحت زیر نمودار تنش - کرنش در نوک ترک، نشان دهنده انرژی شکست در لحظه ترک خوردگی می‌باشد. اگر مقدار این انرژی از یک مقدار معین به نام انرژی شکست بحرانی^{۴۲} (G_c) تجاوز کند، شکست صورت گرفته و ترک رشد می‌کند. در نرم افزار آباکوس برای استفاده از قانون کشش-جدایش معیارهای مختلفی وجود دارد که یکی از آن‌ها

دیگر، تعدادی صفحات افقی مجزا ترک را قطع کرده‌اند. علاوه بر این ارتفاع ترک بین فصل مشترک مخزن و لایه‌های تحتانی و فوقانی آن، ثابت فرض می‌شود و عرض ترک در راستای طولی از مقدار حداکثر در نزدیکی چاه تا صفر در نوک ترک متغیر است. افراد نام برده شده در بالا با در نظر گرفتن شرایط کرنش مسطح در یک صفحه افقی وسط ترک، معادلات حاکم برای به دست آوردن مشخصه‌های ترک (طول و عرض ترک و فشار سیال در دهانه ترک) را قابل حل کردند. در شکل (۱-الف)، تصویر شماتیک مدل KGD نشان داده شده است. روابط تحلیلی مدل KGD برای محاسبه عرض ترک، طول ترک و فشار دهانه ترک در جدول (۱) آورده شده است. پرکینز^{۳۵} و کرن^{۳۶} و سپس نوردگرن^{۳۷} [19], [20] با فرض شکاف هیدرولیکی به صورت یک صفحه قائم، که عمود بر طول ترک است، مدل PKN را ارائه کردند. در این مدل، ارتفاع ترک برابر با ضخامت مخزن و مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود. در این مدل عرض ترک در راستای ارتفاع، ثابت نبوده و در راستای طول نیز از مقدار حداکثر در نزدیکی چاه تا صفر در نوک ترک، متغیر است. در این مدل برای انتشار خطی قائم، فرض‌های ساده‌کننده‌ای در نظر گرفته شده است که دو مورد مهم عبارتند از: ۱- شکاف دارای ارتفاعی ثابت و مستقل از طول شکاف می‌باشد، ۲- فشار سیال شکاف در مقطع قائم، عمود بر جهت انتشار شکاف ثابت می‌باشد. هندسه این مدل در شکل (۱-ب) نشان داده شده است. این مدل فرض می‌کند مقطع ترک به صورت بیضی است که بیشترین عرض ترک در وسط آن رخ می‌دهد و همچنین در صفحه افقی نیز ترک به شکل بیضی می‌باشد. در مدل PKN با فرض سیال نیوتنی و چشم‌پوشی از تغییرات فشار در ارتفاع ترک و همچنین با فرض شرایط کرنش مسطح برای ترک در فشار ثابت، روابط عرض ترک، طول ترک و فشار دهانه ترک مطابق جدول (۱) به دست آمده است.

در روابط جدول (۱) w عرض ترک، L طول ترک، h_f ارتفاع ترک، P فشار دهانه ترک، σ_{min} تنش بر جای اولیه مینیمم، q دبی تزریق در واحد ارتفاع ترک، Q دبی کل تزریق، G مدول برشی سنگ مخزن، ν ضریب پواسون سیال تزریقی، μ ضریب

³⁹ Plastic Zone

⁴⁰ Barenblatt

⁴¹ Traction-Separation Law

⁴² Critical Fracture energy

³⁵ Perkins

³⁶ Kern

³⁷ Nordgren

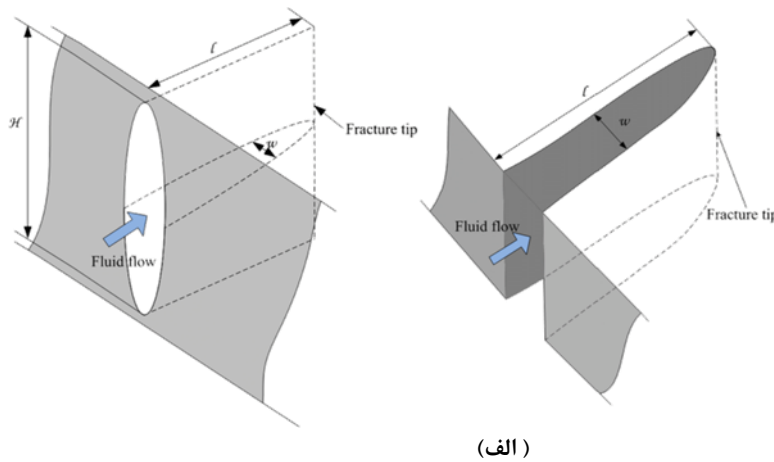
³⁸ Linear Elastic Fracture Mechanics

و یا انرژی شکست ترک استفاده می‌شود به طوری که وقتی مقادیر آن‌ها از یک مقدار معین (مقدار مجاز) تجاوز کند، ترک رشد خواهد کرد [22]. در این مقاله برای مدل‌سازی ترک در آباکوس از معیار حداکثر تنش اصلی (*Maxps*) استفاده شده است. در این معیار برای ایجاد ترک، مقدار σ_{max}^0 برابر با مقدار مقاومت کششی سنگ در نظر گرفته شده و برای رشد ترک از پارامتر انرژی شکست بحرانی استفاده شده است.

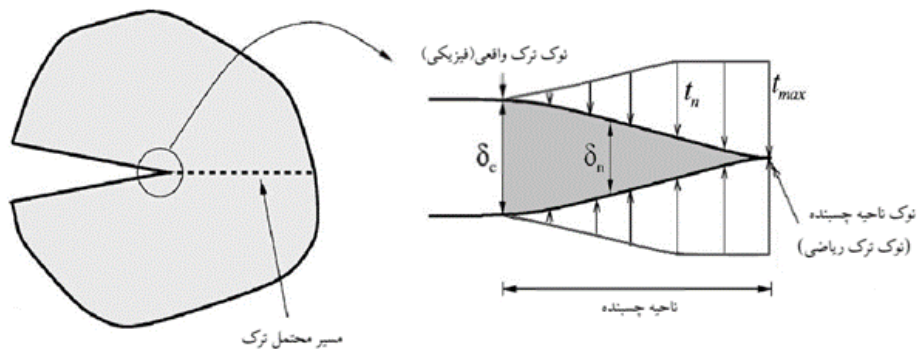
معیار *Maxps*^{۴۳} (معیار ماکزیمم تنش اصلی) می‌باشد. در این معیار برای ایجاد ترک از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^0} \right\} > 1 \quad (1)$$

در رابطه بالا $\langle \sigma_{max} \rangle$ قدر مطلق ماکزیمم تنش اصلی ایجاد شده و σ_{max}^0 مقدار مجاز آن است به طوری که وقتی مقدار $\langle \sigma_{max} \rangle$ از مقدار σ_{max}^0 تجاوز کند، ترک ایجاد می‌شود. در این معیار برای رشد ترک از دو پارامتر جابه‌جایی



شکل ۱. الف) شکل هندسه ترک در مدل *KGD* [3]، ب) شکل هندسه ترک در مدل *PKN* [19]



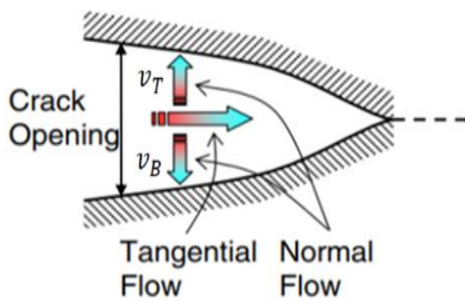
شکل ۲. ناحیه چسبنده در نوک ترک

⁴³ Maximum Principle Stress

جدول ۱. روابط تحلیلی و فرضیات در نظر گرفته شده در مدل‌های *PKN* و *KGD* [3]، [19]

مدل <i>PKN</i>	مدل <i>KGD</i>
محیط مخزن به صورت همسان و همگن است شرایط کرنش مسطح برای ترک در صفحه قائم در نظر گفته شده است طول ترک بیشتر از ارتفاع آن است هندسه ترک در راستای طولی و ارتفاعی بیضی شکل است نرخ تزریق در همه جای ترک به جز نوک آن یکسان است برای نوک ترک، اثر تأخیر در ورود سیال در نظر گرفته شده است	محیط مخزن به صورت همسان و همگن است شرایط کرنش مسطح برای ترک در صفحه افقی در نظر گفته شده است ارتفاع ترک بیشتر از طول آن است نرخ تزریق در همه جای ترک به جز نوک آن یکسان است برای نوک ترک، اثر تأخیر در ورود سیال ^{۴۴} در نظر گرفته شده است
$w(0, t) = 2.5 \left[\frac{(1-\vartheta)Q^2\mu}{Gh_f} \right]^{\frac{1}{5}} t^{\frac{1}{5}}$	$w(0, t) = 1.87 \left[\frac{(1-\vartheta)q^3\mu}{G} \right]^{\frac{1}{6}} t^{\frac{1}{3}}$ عرض ترک
$L = 0.68 \left[\frac{GQ^3}{(1-\vartheta)\mu h_f^4} \right]^{\frac{1}{5}} t^{\frac{4}{5}}$	$L = 0.68 \left[\frac{Gq^3}{(1-\vartheta)\mu} \right]^{\frac{1}{6}} t^{\frac{2}{3}}$ طول ترک
$P - \sigma_{min} = 2.5 \left[\frac{G^4\mu Q^2}{(1-\vartheta)^4 h_f^6} \right]^{\frac{1}{5}} t^{\frac{1}{5}}$	$P - \sigma_{min} = 1.14 \left[\frac{G^3 q \mu}{(1-\vartheta)^3 L^2} \right]^{\frac{1}{4}}$ فشار دهانه ترک

در روابط (۲) و (۳)، P_B و P_T به ترتیب فشار حفره‌ای مخزن در سطوح بالایی و پایینی ترک است. مدلسازی نشت از جداره‌های ترک به صورت جداگانه، می‌تواند اثر فیلتر کییک که باعث کاهش هرزروی سیال تزریقی به داخل سازند می‌شود را مدلسازی کند. در این مدلسازی فرض می‌شود که از لحظه گسترش ترک، صفحات ترک با فیلترکیک پوشیده شده‌اند.



شکل ۳. سرعت نشت سیال داخل ترک به سنگ مخزن از سطوح بالایی و پایینی ترک [۱۶]

۵. ضریب نشت سیال داخل ترک

هرزروی یا نشت سیال از داخل ترک به داخل سنگ مخزن یکی از مهم ترین چالش‌ها در عملیات شکافت هیدرولیکی است که تأثیر به سزایی در موفقیت یا عدم موفقیت عملیات دارد. در این مقاله به بررسی هرزروی سیال به داخل سازند با بررسی دو فاکتور اساسی در هرزروی، یعنی نفوذپذیری مخزن و ضریب نشت سیال از جداره‌های ترک پرداخته شده است. ضریب نشت می‌تواند به صورت کاملاً مستقل از ضریب نفوذپذیری سنگ مخزن تعریف شود. با تعریف ضرایب نشت C_B و C_T که به ترتیب ضریب نشت از سطوح بالایی و پایینی ترک هستند، سرعت نشت سیال به درون محیط متخلخل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$v_T = C_T(P_f - P_T) \quad (۲)$$

$$v_B = C_B(P_f - P_B) \quad (۳)$$

۶. مشخصات مخزن و سیال تزریقی برای

مدل‌های تحلیلی KGD و PKN

در هر دو مدل عددی ساخته شده بر اساس فرضیات KGD و PKN ، فرض می‌شود سنگ مخزن به صورت همگن و همسان بوده و از لحظه بارگذاری تا زمان ترک خوردگی کامل، رفتاری الاستیک دارد. مشخصات سنگ مخزن در هر دو مدل در جدول (۲) آورده شده است.

۷. هندسه و مش‌بندی مدل KGD و PKN

مدل عددی ساخته شده بر اساس فرضیات KGD از یک نیم‌دایره با قطر ۱۶۰ متر به همراه یک مستطیل به عرض ۱۰ متر و طول ۱۶۰ متر تشکیل شده است. ضخامت مدل در این حالت صفر در نظر گرفته شده است (مطابق شکل ۴ الف). مدل عددی ساخته شده بر اساس فرضیات PKN نیز از یک نیم‌دایره با قطر ۱۶۰۰ متر به همراه یک مستطیل به عرض ۳۰۰ متر و طول ۱۶۰۰ متر تشکیل شده است. ضخامت مدل در این حالت ۲۵ متر در نظر گرفته شده است (مطابق شکل ۴ ب). در هر دو مدل، با توجه به این که مسئله متقارن است، تنها نیمی از مخزن مدل شده است. در قسمت میانی مدل‌ها به علت این که ترک در حال گسترش است از مش ریزتری شده استفاده شده است. هندسه هر دو مدل به پنج ناحیه تقسیم که در جدول (۳) مشخصات این پنج ناحیه آورده شده است. (در

جدول بالا همه اعداد برحسب متر است).
در مدل KGD از المان‌های $CPE4P$ ^{۴۵} (المان کرنش مسطح هیدرومکانیکی ۴ ضلعی ۴ گرهی) و در مدل PKN از المان‌های $C3D8RP$ ^{۴۶} (المان سه بعدی هیدرومکانیکی ۸ گرهی با تعداد نقاط گوس کاهش یافته) به دلیل قابلیت آن‌ها در مدلسازی شکاف هیدرولیکی استفاده شده است. در هر دو مدل، ابعاد مش به گونه‌ای مشخص شده‌اند که تغییرات فشار آب حفره‌ای در انتهای مدل (مرز ۲) کمتر از ۰.۵ درصد باشد [16]. در هر دو مدل KGD و PKN ، به علت تقارن، در مرز ۱ شرایط مرزی تقارن در راستای محور X (مقید شدن جابه‌جایی در راستای محور X و مقید شدن دوران حول Y و Z) اعمال شده است. مرز ۲ نیز آن‌قدر از ترک دور است که شرایط مرزی مکانیکی (مقید شدن جابه‌جایی در راستای X و Y) و شرایط هیدرولیکی (فشار آب حفره‌ای) برابر صفراند. در مدل KGD باید دو گره مجاور دهانه تزریق (محل تزریق) در راستای X (راستای طولی ترک) بسته شوند (مطابق شکل ۵ الف). در مدل PKN همه گره‌ها باید در راستای محور Z مقید شوند. همچنین در مدل PKN ، گره‌های نشان داده شده در شکل (۵ ب) که در راستای طولی رشد ترک هستند، باید در راستای Y مهار شوند تا شکل ترک ایجاد شده در مدل‌سازی عددی، مشابه مدل تحلیلی PKN دوکی شکل شود [16].

جدول ۲- مشخصات مخزن برای مدل‌های KGD و PKN [16]

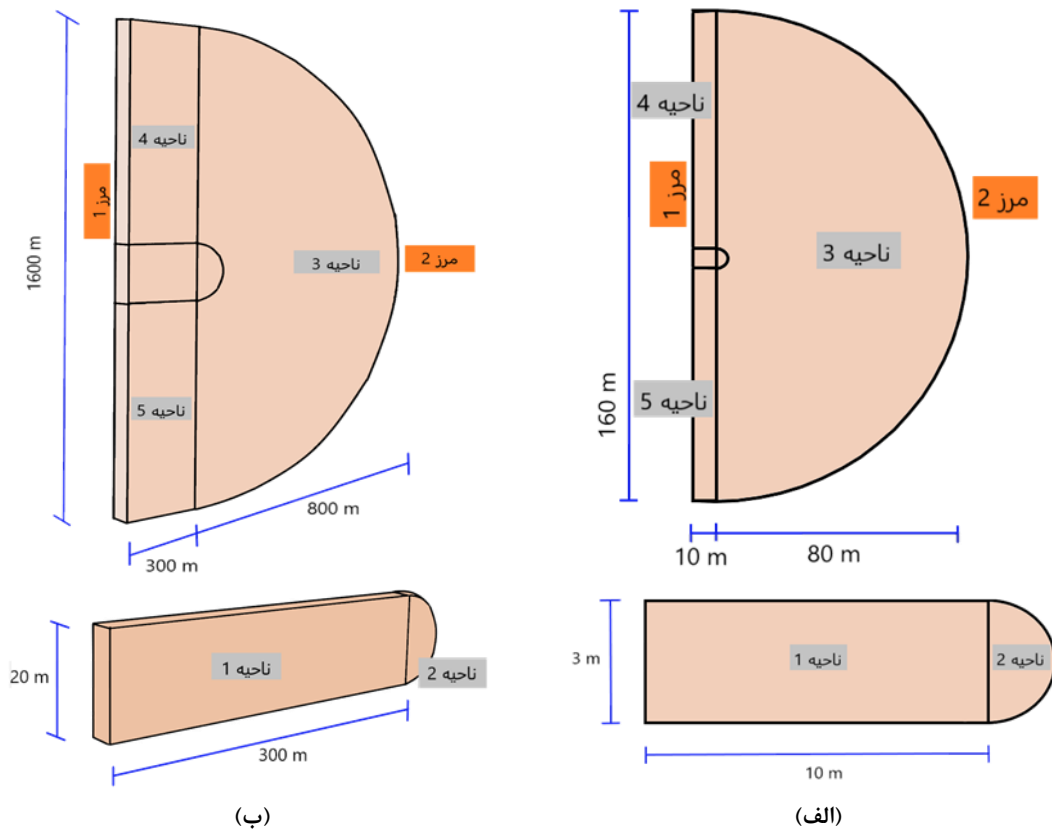
واحد	مدل PKN	مدل KGD	مشخصات
GPa	۵	۲۳.۷۱	مدول الاستیسیته
-	۰.۱۵	۰.۲	ضریب پواسون
MPa	۰.۱۶	۱.۴۳	مقاومت کششی
N/m	۲۸	۸۰	انرژی شکست
-	۰.۳	۰.۲۵	نسبت تخلخل
GPa	۳۶	۴۰	مدول بالک سنگ
cp	۱	۱	لزجت سیال تزریقی
$\frac{m^3}{s}$	۰.۰۰۳	۰.۰۰۰۱	دبی تزریق
m			
sec	۱۴۰	۱۰	مدت زمان تزریق

⁴⁶ An 8-node brick, trilinear displacement, trilinear pore pressure, reduced integration, hourglass control

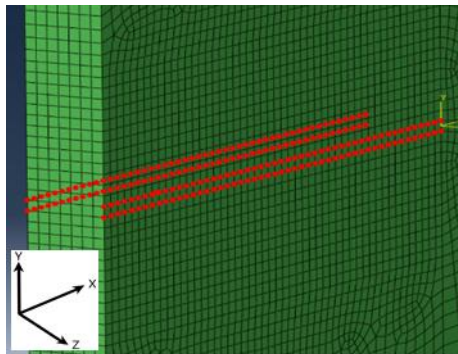
⁴⁵ A 4-node plane strain quadrilateral, bilinear displacement, bilinear pore pressure

جدول ۳. مشخصات مش و ابعاد هندسی مدل‌های *KGD* و *PKN* [16]

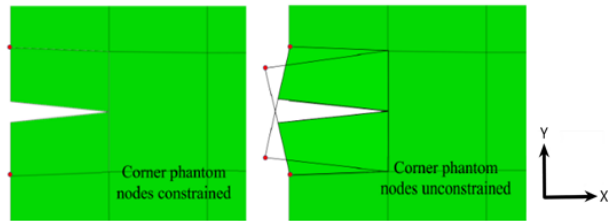
مشخصات مش و ناحیه	مدل <i>PKN</i>				مدل <i>KGD</i>		
	۴ و ۵	۳	۲	۱	۴ و ۵	۳	۲
ابعاد ناحیه	$790 \times 300 \times 25$	$R = 800$ $t = 25$	$R = 10$ $t = 25$	$R = 10$ $t = 25$	10×78.5	$R = 80$	$R = 1.5$
ابعاد المان	$2 \times 2.5 \times 5 \sim 150 \times 150 \times 5$ ۲۱ المان روی نیم‌دایره		۲۱ المان روی نیم‌دایره		$2 \times 2.5 \times 5$	۲۵ المان روی نیم‌دایره	۲۵ المان روی نیم‌دایره
نوع مش	پیش‌رونده	لغزشی	پیش‌رونده	ساختاری	پیش‌رونده	لغزشی	پیش‌رونده



شکل ۴. ابعاد هندسی، نواحی و مرزها در مدل‌های عددی ساخته شده الف) مدل *KGD* ب) مدل *PKN* [16]



(ب)

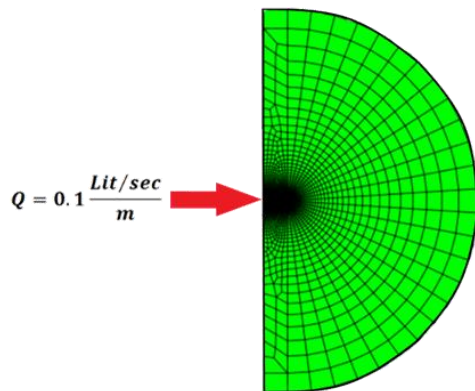


(الف)

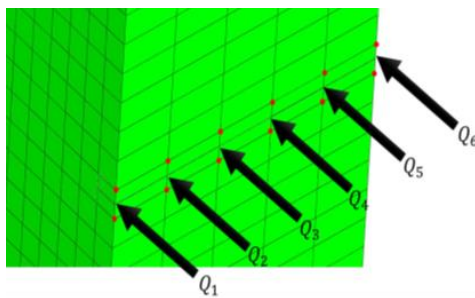
شکل ۵. الف) مقید کردن دو گره مجاور دهانه تزریق در راستای X (راستای طولی ترک) در مدل KGD (ب) گره‌هایی که در مدل PKN باید در راستای Y مقید شوند [16]

علت ناچیز بودن تغییرات، پایین بودن نفوذپذیری مخزن می‌باشد، در واقع با افزایش ضریب نشت، سیال بیشتری می‌خواهد از ترک هدر رود ولی چون نفوذپذیری سنگ مخزن پایین است حجم بسیار کمی از سیال تزریقی وارد مخزن می‌شود.

شرایط اولیه برای هر دو مدل عبارتند از: ۱- محیط به صورت اشباع است ($Sr=1$)، ۲- فشار آب حفره‌ای اولیه برای کل مدل صفر در نظر گرفته شده است، ۳- تنش‌های برجای اولیه وارد بر محیط مخزن صفر در نظر گرفته شده‌اند. در مدل KGD میزان دبی تزریقی $0.1 \frac{Lit}{m.s}$ و مدت زمان تزریق ۱۰ ثانیه و در مدل PKN میزان دبی تزریقی $3 \frac{Lit}{m.s}$ و مدت زمان تزریق ۱۴۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. محل تزریق سیال در هر کدام از مدل‌های KGD و PKN در شکل (۶) نشان داده شده است [16].



(الف)



(ب)

شکل ۶. محل تزریق سیال الف) در مدل KGD (ب) در مدل PKN

۸. بررسی تأثیر هرزروی سیال داخل ترک و

میزان نفوذپذیری سازند در مدل KGD

برای بررسی تأثیر میزان هرزروی سیال بر روی مشخصات شکاف هیدرولیکی مدل‌سازی شده بر اساس مدل KGD چهار حالت (از نظر تغییر ضریب نشت و ضریب نفوذپذیری مخزن) در نظر گرفته شده است. در ادامه نتایج مربوط به هر حالت بیان شده است.

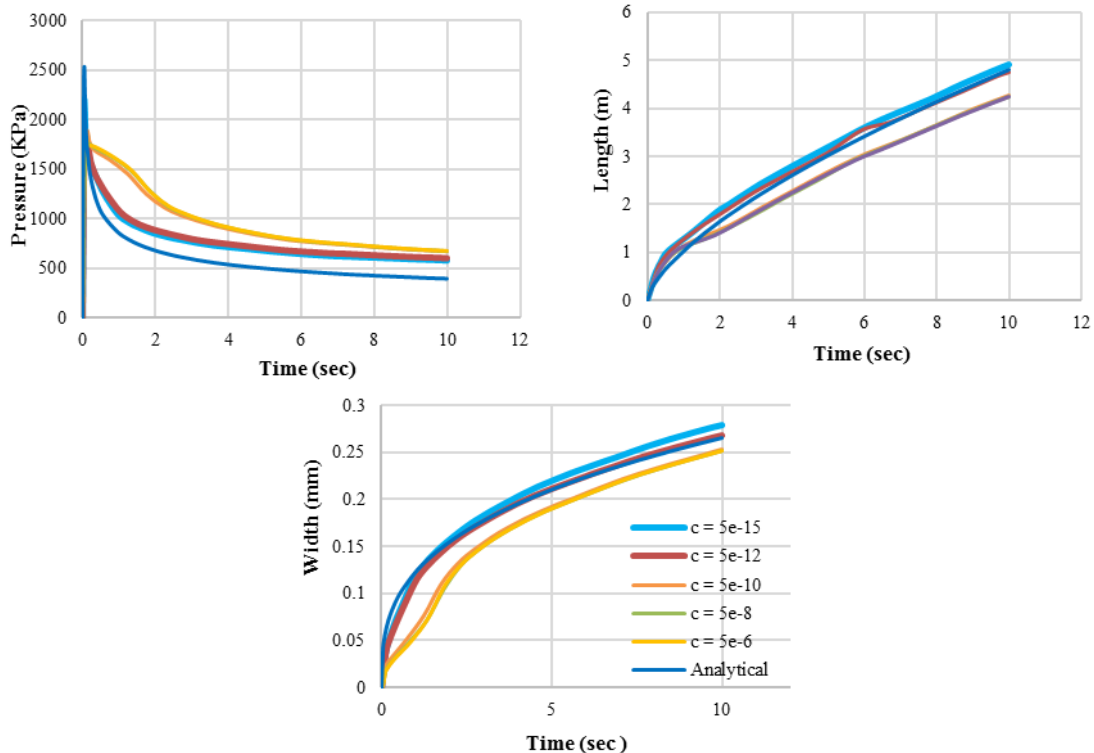
حالت ۱: در این حالت ضریب نفوذپذیری مخزن یک مقدار ثابت کم ($k = 1e-7 m/s$) در نظر گرفته شده و هم‌زمان ضریب نشت در مدل‌سازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۴) و شکل (۷) نشان داده شده است. همان‌طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است در ضرایب نفوذپذیری پایین سنگ مخزن، با افزایش ضریب نشت، طول و عرض ترک به میزان بسیار ناچیزی کاهش پیدا می‌کنند. فشار دهانه ترک نیز به میزان کمی افزایش می‌یابد.

مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش ضریب نشت، اختلاف مابین آنها بیشتر نیز می‌شود. حالت ۲: در این حالت ضریب نفوذپذیری مخزن یک مقدار ثابت نسبتاً بزرگ ($k = 1e-5 \text{ m/s}$) فرض شده و هم زمان ضریب نشت در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۵) و شکل (۸) نشان داده شده است.

در ضریب نشت‌های پایین ($C = 5e-15$ و $C = 5e-12$)، عرض و طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی در ضریب نشت‌های بزرگ‌تر ($C = 5e-10$ و $C = 5e-8$ و $C = 5e-6$)، عرض و طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است. به ازای تمامی ضرایب نشت، فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از

جدول ۴. نتایج تحلیل مدل KGD برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e-7 \text{ m/s}$

فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$K = 1e-7 \text{ m/s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
397.32	581.94	4.75	4.92	0.265	0.279	$C = 5e-15 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
397.32	603.15	4.75	4.79	0.265	0.268	$C = 5e-12 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
397.32	672.37	4.75	4.49	0.265	0.253	$C = 5e-10 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
397.32	675.1	4.75	4.34	0.265	0.2517	$C = 5e-8 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
397.32	675.62	4.75	4.24	0.265	0.2516	$C = 5e-6 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$



شکل ۷. نتایج تحلیل مدل KGD برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e-7 \text{ m/s}$

با توجه به جدول (۵) و شکل (۸)، در ضرایب نفوذپذیری بالای سنگ مخزن، با افزایش ضریب نشت، چون هرزروی سیال

همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، عرض ترک به دست آمده از مدلسازی عددی اختلاف ناچیزی با مقدار تحلیلی آن دارد. طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی همواره کمتر از مقدار تحلیلی آن است و با افزایش نفوذپذیری، اختلاف بین مقدار عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود. مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی در نفوذپذیری‌های خیلی بزرگ، فشار دهانه ترک در مدل عددی کاهش یافته و کمتر از مقدار تحلیلی آن می‌شود.

حالت ۴: در این حالت ضریب نشت جداره‌های ترک به مخزن یک مقدار ثابت نسبتاً بزرگ ($C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$) در نظر گرفته شده و هم زمان ضریب نفوذپذیری مخزن در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۷) و شکل (۱۰) نشان داده شده است:

با توجه به نتایج جدول (۷) و شکل (۱۰)، در ضریب نشت بال ($C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$)، با افزایش میزان نفوذپذیری مخزن، حجم زیادی از سیال تزریقی وارد مخزن می‌شود (هرزروی زیادی در سیال تزریقی وجود خواهد داشت)، در نتیجه عرض و طول شکاف ایجاد شده به شدت کاهش می‌یابد. در واقع هرزروی بیش از اندازه سیال باعث کاهش رشد ترک می‌شود. همچنین به علت افزایش هرزروی زیاد سیال، فشار سیال دهانه ترک به صورت کلی کاهش می‌یابد. در باب بررسی جزئی فشار دهانه ترک می‌توان گفت: به دلیل ضریب نشت بالا، در نفوذپذیری بالا ($K = 1e-4 \text{ m/s}$) چون حجم زیادی از سیال تزریقی وارد مخزن می‌شود فشار دهانه ترک بسیار کم است. در نفوذپذیری پایین ($K = 1e-7 \text{ m/s}$) هرچند ضریب نشت بالاست ولی به دلیل پایین بودن نفوذپذیری، حجم کمی از سیال تزریقی هدر می‌رود، لذا فشار دهانه ترک افزایش یافته و بعد از ایجاد شکست در اولین المان‌ها فشار کاهش می‌یابد و یک قله ایجاد می‌شود. در نفوذپذیری ($K = 1e-6 \text{ m/s}$)، میزان هرزروی سیال نه آنقدر زیاد است که فشاردهانه ایجاد شده بسیار کم باشد و نه آنقدر کم است که بعد از ایجاد ترک، فشار کاهش یافته و سیر نزولی داشته باشد (قله‌ای ایجاد نمی‌شود).

همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، در ضریب نشت $C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$ ، چون میزان حجم سیال هرزرفته زیاد است، ترک رشد بسیار کمی دارد به طوری که عرض و

افزایش یافته و بالا بودن نفوذپذیری امکان نفوذ حجم زیادی از سیال تزریقی به مخزن را فراهم می‌کند، لذا حجم زیادی از سیال هرز رفته و در نتیجه طول و عرض ترک ایجاد شده کاهش چشم‌گیری خواهد داشت.

در مورد فشار دهانه ترک: در ضریب‌های نشت کوچک ($C = 5e-15$ ، $C = 5e-12$ و $C = 5e-11$) چون ضریب نشت پایین است، هدرروی سیال کم بوده و بعد از شکست اولین المان، فشار دهانه کاهش می‌یابد (ایجاد قله در نمودار فشار). در سه ضریب نشت ($C = 5e-15$ ، $C = 5e-12$ و $C = 5e-11$) هرچه ضریب نشت بزرگ‌تر باشد هدر روی سیال بیشتر بوده و برای ایجاد شکست نیاز به فشار دهانه بالاتری است در نتیجه در نمودار فشار دهانه، با افزایش ضریب نشت (البته در میان این سه ضریب) قله اندکی بالاتر قرار می‌گیرد. اما در مورد سه ضریب نشت ($C = 5e-10$ ، $C = 5e-9$ و $C = 5e-6$) این گونه استنباط می‌شود که ضریب نشت نه آنقدر زیاد است که ترک رشد نکند و نه آنقدر کم است که افت فشار صورت گیرد. در این سه ضریب نشت

($C = 5e-10$ ، $C = 5e-9$ و $C = 5e-6$) هرچه ضریب نشت بیشتر می‌شود، هرز روی بیشتر شده و فشار دهانه ترک کمتر می‌شود.

به ازای ضریب نشت بسیار پایین ($C = 5e-15$)، چون میزان نشت سیال از جداره ترک بسیار کم است، عرض و طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی با افزایش مقدار ضریب نشت، میزان رشد ترک کاهش یافته و عرض و طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی آن‌ها شده است. به ازای تمامی ضرایب نشت، فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است.

حالت ۳: در این حالت ضریب نشت جداره‌های ترک یک مقدار ثابت نسبتاً کوچک ($C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$) در نظر گرفته شده و هم زمان ضریب نفوذپذیری مخزن در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۶) و شکل (۹) نشان داده شده است.

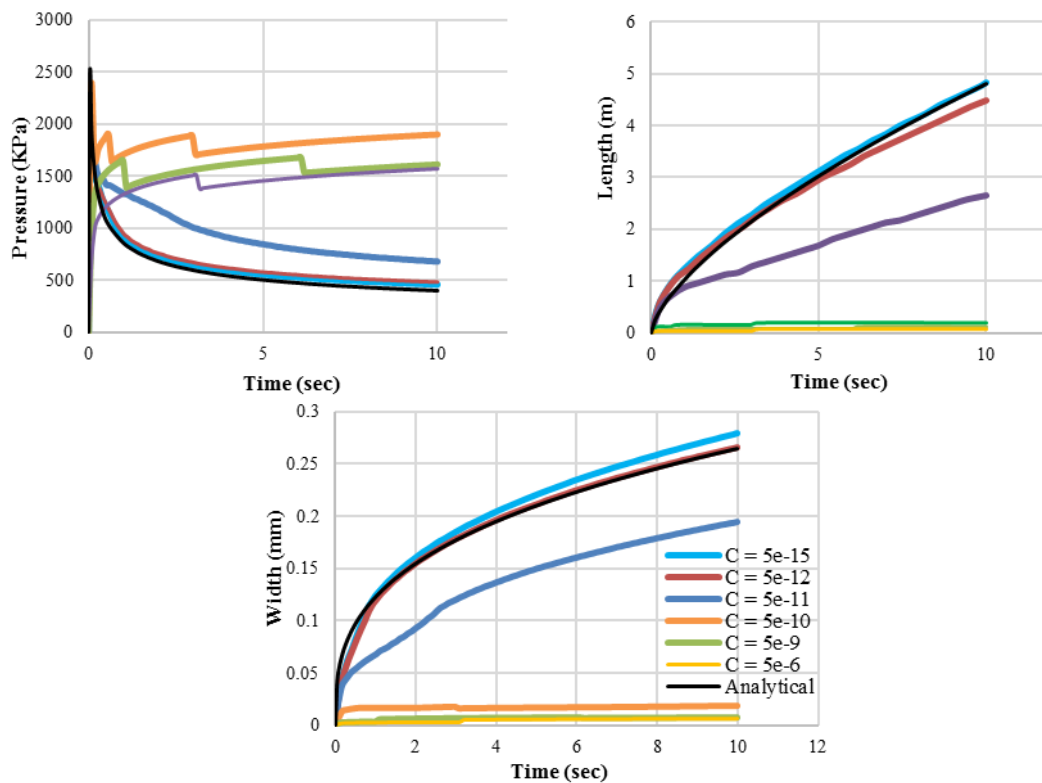
با توجه به جدول (۶) و شکل (۹)، در ضریب نشت پایین $C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$ ، در اثر افزایش ضریب نفوذ پذیری، مقدار کمی از حجم سیال هرز می‌رود به طوری که طول و عرض ترک به میزان ناچیزی (کمتر از ۱۰ درصد) کاهش می‌یابد.

طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش نفوذپذیری، اختلاف بین مقدار عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود. در ضریب نشت نسبتاً بزرگ $C=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$ ، به ازای ضرایب نفوذپذیری کم ($K=1e-6 m/s$ و $7 m/s$)، فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است.

از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی در ضرایب نفوذپذیری بزرگ ($K=1e-5 m/s$ و $K=1e-4 m/s$)، فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است.

جدول ۵. نتایج تحلیل مدل KGD برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e - 5 m/s$

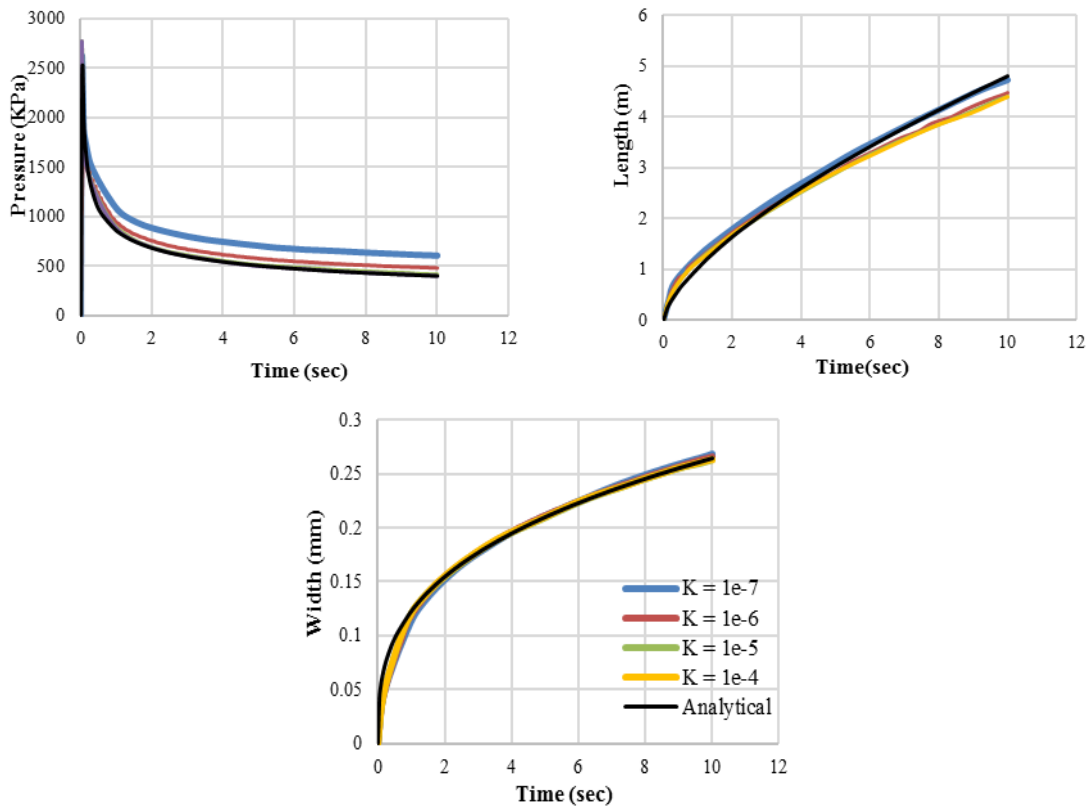
فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$K = 1e-5 \frac{m}{s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
397.32	454.72	4.75	4.84	0.265	0.279	$C = 5e-15 \frac{m^3}{N.s}$
397.32	477.8	4.75	4.48	0.265	0.246	$C = 5e-12 \frac{m^3}{N.s}$
397.32	678	4.75	2.64	0.265	0.1943	$C = 5e-11 \frac{m^3}{N.s}$
397.32	1902.06	4.75	0.2	0.265	0.0188	$C = 5e-10 \frac{m^3}{N.s}$
397.32	1604.73	4.75	0.12	0.265	0.00808	$C = 5e-9 \frac{m^3}{N.s}$
397.32	1566.14	4.75	0.08	0.265	0.00687	$C = 5e-6 \frac{m^3}{N.s}$



شکل ۸. نتایج تحلیل مدل KGD برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e - 5 m/s$

جدول ۶. نتایج تحلیل مدل KGD برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$

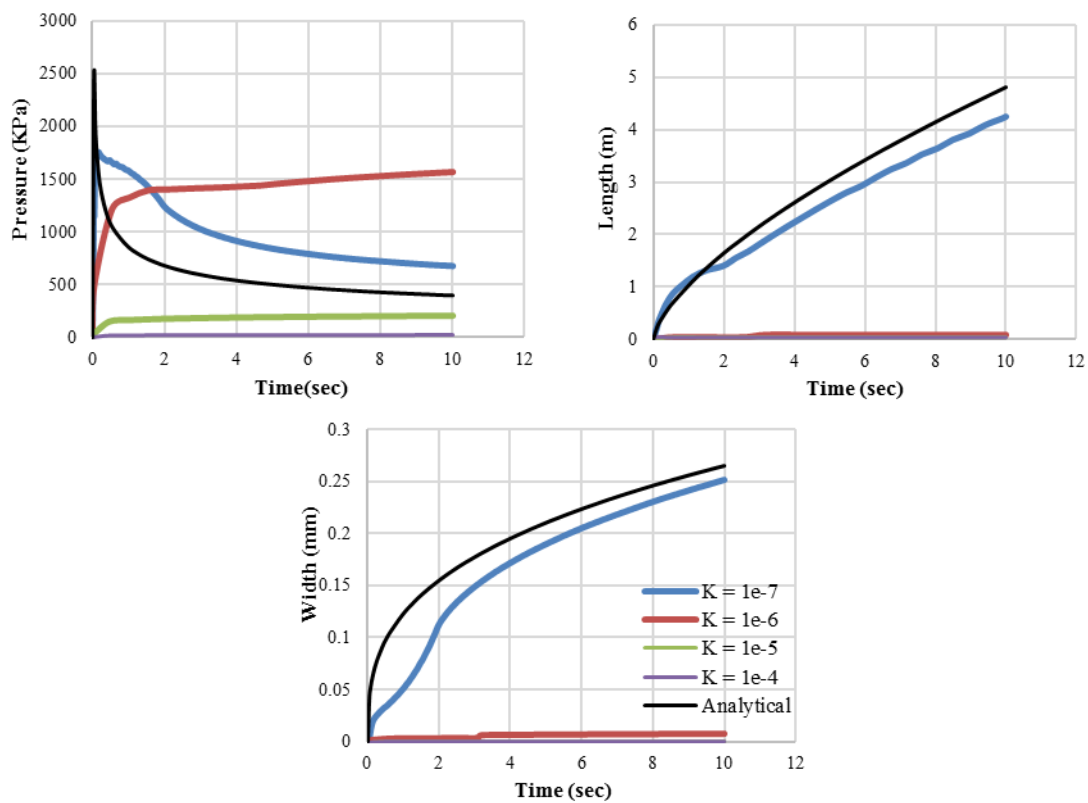
فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$C=5e-12 \frac{m^3}{N.s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
397.32	602.5	4.75	4.72	0.265	0.268	$k = 1e-7 \text{ m/s}$
397.32	477.75	4.75	4.48	0.265	0.266	$k = 1e-6 \text{ m/s}$
397.32	413.8	4.75	4.4	0.265	0.263	$k = 1e-5 \text{ m/s}$
397.32	395.71	4.75	4.4	0.265	0.262	$k = 1e-4 \text{ m/s}$



شکل ۹. نتایج تحلیل مدل KGD برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$

جدول ۷. نتایج تحلیل مدل KGD برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$

فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$C=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
397.32	675	4.75	4.24	0.265	0.254	$k = 1e-7 m/s$
397.32	1565	4.75	0.08	0.265	0.006	$k = 1e-6 m/s$
397.32	211.96	4.75	0.04	0.265	0.0004	$k = 1e-5 m/s$
397.32	24.67	4.75	0.04	0.265	0.00005	$k = 1e-4 m/s$



شکل ۱۰. نتایج تحلیل مدل KGD برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$

۹. بررسی تأثیر هرزروی سیال داخل ترک و

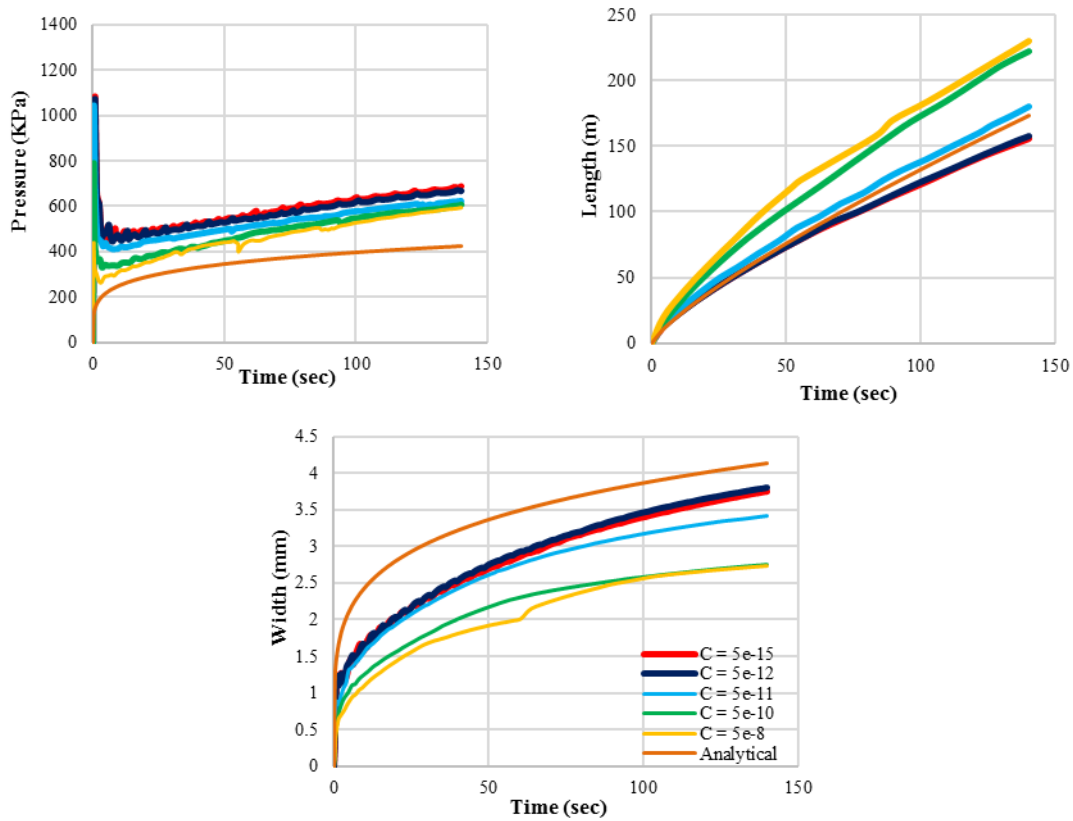
میزان نفوذپذیری سازند در مدل PKN

در این قسمت نیز برای بررسی تأثیر میزان هرزروی سیال داخل ترک و میزان نفوذپذیری مخزن در مشخصات شکاف هیدرولیکی مدلسازی شده بر اساس مدل PKN، مشابه مدل KGD چهار حالت (از نظر تغییر ضریب نشت و ضریب

نفوذپذیری مخزن) در نظر گرفته شده است. در ادامه نتایج مربوط به هر حالت بیان شده است.
 حالت ۱: در این حالت ضریب نفوذپذیری مخزن یک مقدار ثابت کم ($k = 1e - 7 m/s$) در نظر گرفته شده و هم زمان ضریب نشت در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۸) و شکل (۱۱) نشان داده شده است.

جدول ۸- نتایج تحلیل مدل PKN برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e - 7 \text{ m/s}$

فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$K = 1e-7 \text{ m/s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
422.58	686.29	172.84	156	4.13	3.8	$C = 5e-15 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	667.46	172.84	158	4.13	3.79	$C = 5e-12 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	620.97	172.84	180	4.13	3.78	$C = 5e-11 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	607.59	172.84	222	4.13	2.757	$C = 5e-10 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	596.52	172.84	230	4.13	2.74	$C = 5e-8 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$



شکل ۱۱. نتایج تحلیل مدل PKN برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e - 7 \text{ m/s}$

همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، در ضریب نفوذپذیری $K = 1e-7 \text{ m/s}$ ، به ازای تمامی ضرایب نشست، مقدار عرض ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش ضریب نشست، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود. در ضرایب نشست کم،

همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است در ضریب نفوذپذیری پایین با افزایش ضریب نشست، عرض ترک کاهش پیدا می‌کنند (البته به جز دو مورد اول که تقریباً عرض ها برابرند)، طول ترک نیز افزایش می‌یابد. همچنین فشار دهانه ترک نیز به میزان کمی کاهش می‌یابد.

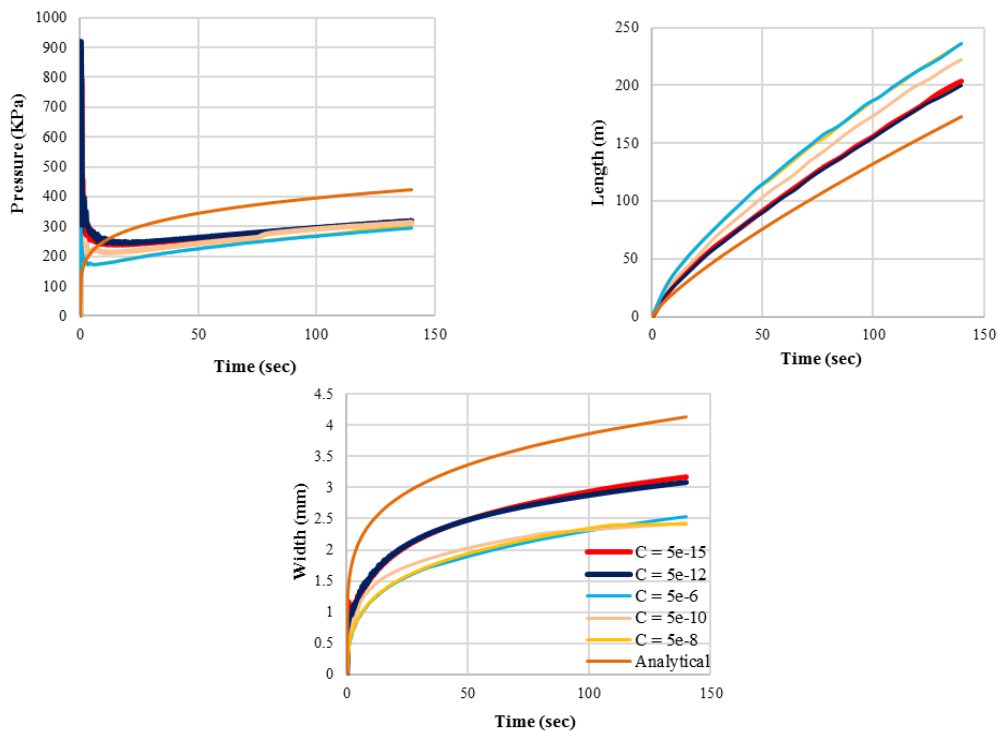
ضریب نشت، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی کاهش می‌یابد.

حالت ۲: در این حالت ضریب نفوذپذیری مخزن یک مقدار ثابت نسبتاً بزرگ ($k = 1e - 5 \text{ m/s}$) فرض شده و هم‌زمان ضریب نشت در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۹) و شکل (۱۲) نشان داده شده است:

($C=5e-12$ و $C=5e-15$) مقدار طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است ولی در ضرایب نشت بزرگ‌تر ($C=5e-11$ ، $C=5e-10$ و $C=5e-8$)، طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. در ضریب نفوذپذیری $K=1e-7 \text{ m/s}$ ، به ازای تمامی ضرایب نشت، مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی با افزایش

جدول ۹. نتایج تحلیل مدل PKN برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e - 5 \text{ m/s}$

فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$K = 1e-5 \text{ m/s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
422.58	319.17	172.84	236	4.13	3.61	$C = 5e-15 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	319.09	172.84	230	4.13	3.075	$C = 5e-12 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	314.14	172.84	222	4.13	2.426	$C = 5e-10 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	298.23	172.84	212	4.13	2.4	$C = 5e-8 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$
422.58	295.47	172.84	204	4.13	2.54	$C = 5e-6 \frac{\text{m}^3}{\text{N.s}}$



شکل ۱۲. نتایج تحلیل مدل PKN برای مخزن با ضریب نفوذپذیری $k = 1e - 5 \text{ m/s}$

می‌یابد لذا عرض ترک کاهش می‌یابد. اما هدر روی سیال آن قدر زیاد نیست که طول و عرض با هم کاهش یابد چرا که ضریب نشت کم است از این رو طول ترک افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش نفوذپذیری چون حجم سیال هرزرفته افزایش یافته است فشار دهانه ترک کاهش می‌یابد.

همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، در ضریب نشت $C=5e-12 \frac{m^3}{N.s}$ ، به ازای تمامی ضرایب نفوذپذیری، مقدار عرض ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش ضریب نشت، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود. در ضریب نشت $C=5e-12 \frac{m^3}{N.s}$ به ازای ضرایب نفوذپذیری پایین ($K=1e-8 m/s$ و $K=1e-7 m/s$) مقدار طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است. ولی در ضرایب نفوذپذیری بالا ($K=1e-6 m/s$ و $K=1e-5 m/s$) مقدار طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. در این ضریب نشت، به ازای ضرایب نفوذپذیری پایین ($K=1e-8 m/s$ و $K=1e-7 m/s$) مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی در ضرایب نفوذپذیری بالا ($K=1e-5 m/s$ و $K=1e-6 m/s$) مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی می‌باشد.

حالت ۴: در این حالت ضریب نشت سیال به مخزن یک مقدار ثابت نسبتاً بزرگ ($C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$) در نظر گرفته شده و هم زمان ضریب نفوذپذیری مخزن در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۱۱) و شکل (۱۴) نشان داده شده است.

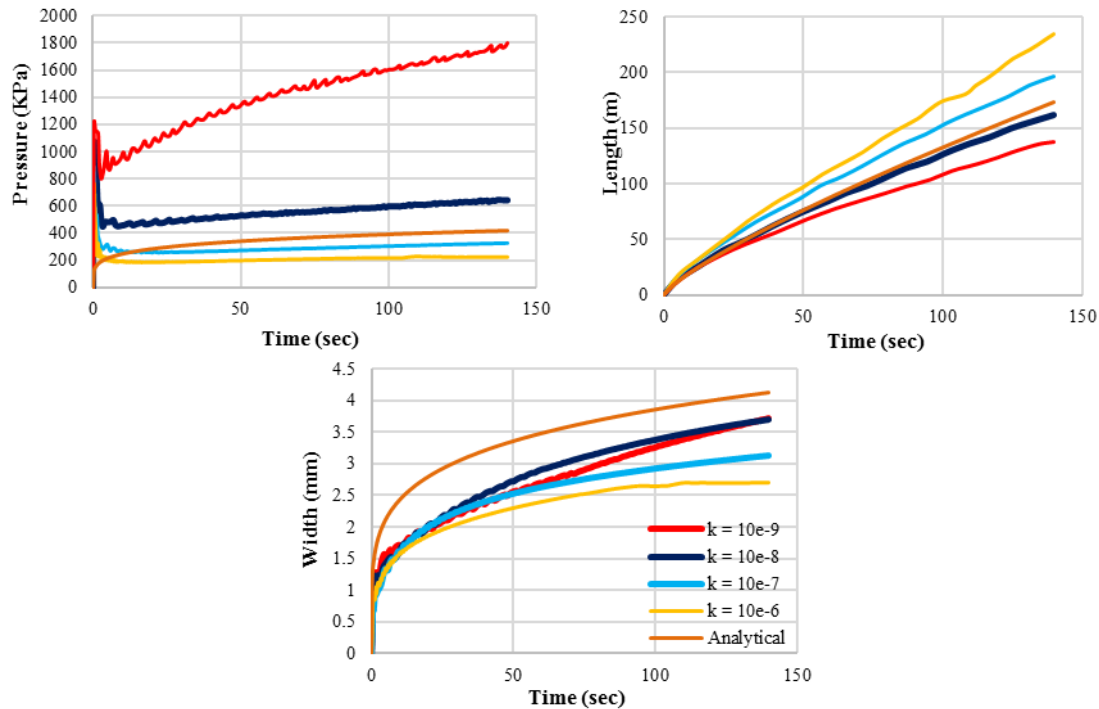
همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است در ضریب نفوذپذیری $K=1e-5 m/s$ ، با افزایش ضریب نشت، میزان هدر روی سیال بسیار افزایش می‌یابد در نتیجه عرض و طول ترک هر دو کاهش می‌یابند. همچنین چون میزان سیال هدر رفته افزایش می‌یابد فشار دهانه ترک کاهش می‌یابد.

همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، در ضریب نفوذپذیری $K=1e-5 m/s$ ، به ازای تمامی ضرایب نشت، مقدار عرض ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش ضریب نشت، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود. همچنین به ازای تمامی ضرایب نشت، طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است ولی با افزایش ضریب نشت حجم سیالی که هرز می‌رود بیشتر شده لذا طول ترک کاهش یافته و اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی کمتر می‌شود. در ضریب نفوذپذیری $K=1e-5 m/s$ ، به ازای تمامی ضرایب نشت، مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش ضریب نشت، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود.

حالت ۳: در این حالت ضریب نشت جداره‌های ترک یک مقدار ثابت نسبتاً کوچک ($C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$) در نظر گرفته شده و هم زمان ضریب نفوذپذیری مخزن در مدلسازی‌های جداگانه تغییر داده شده است. نتایج در جدول (۱۰) و شکل (۱۳) نشان داده شده است. همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، در ضریب نشت پایین $C=5e-12 \frac{m^3}{N.s}$ ، در اثر افزایش ضریب نفوذ پذیری، میزان حجم سیال تزریقی که به درون مخزن نفوذ می‌کند به مقدار کمی افزایش

جدول ۱۰. نتایج تحلیل مدل PKN برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$

فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$C = 5e-12 \frac{m^3}{N.s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
422.58	1799.73	172.84	138	4.13	3.71	K = 1e-8 m/s
422.58	643.71	172.84	162	4.13	3.701	K = 1e-7 m/s
422.58	324.36	172.84	196	4.13	3.127	K = 1e-6 m/s
422.58	222.07	172.84	234	4.13	2.7	K = 1e-5 m/s



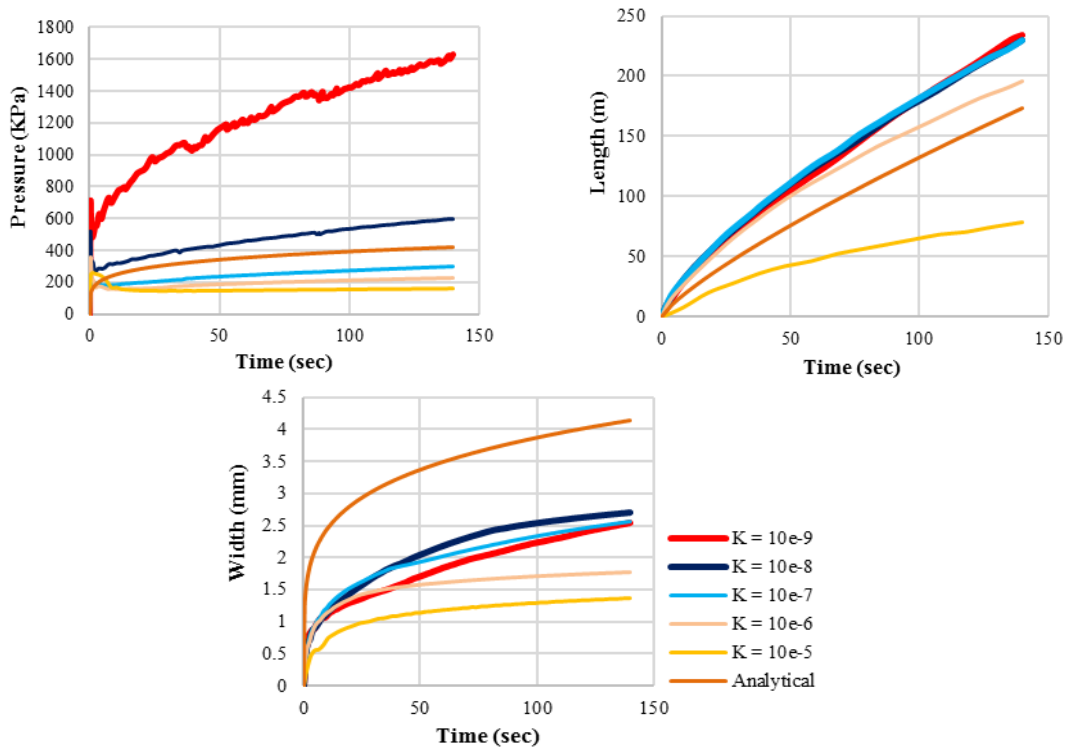
شکل ۱۳. نتایج تحلیل مدل PKN برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 12 \frac{m^3}{N.s}$

است. ولی در ضریب نفوذپذیری ($K = 1e-4 m/s$) مقدار طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است. در این ضریب نشت، به ازای ضرایب نفوذپذیری پایین ($K = 1e-7 m/s$ و $K = 1e-8 m/s$) مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی است. ولی در ضرایب نفوذپذیری بالا ($K = 1e-4 m/s$ و $K = 1e-5 m/s$ ، $K = 1e-6 m/s$) مقدار فشار سیال دهانه ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است. در جدول (۱۲)، خلاصه‌ای از حداکثر میزان تغییرات در مشخصه‌های ترک در اثر تغییرات پارامترهای میزان نفوذپذیری سازند و ضریب نشت جداره‌های ترک، نشان داده شده است. با توجه به جدول (۱۲)، می‌توان به این نتیجه رسید که دو پارامتر میزان نفوذپذیری سازند و ضریب نشت جداره‌های ترک تأثیر زیادی بر روی مشخصات شکاف هیدرولیکی دارند.

با توجه به جدول (۱۱) و شکل (۱۴)، در ضریب نشت بالا $C = 5e-6 \frac{m^3}{N.s}$ ، در اثر افزایش ضریب نفوذپذیری، میزان هدرروی سیال تزریقی به میزان زیادی افزایش می‌یابد لذا رشد ترک به شدت کاهش یافته و طول و عرض ترک به صورت هم‌زمان کاهش می‌یابند. با افزایش هدرروی سیال تزریقی، اختلاف فشار داخل ترک با داخل مخزن کاهش یافته و در نتیجه فشار دهانه ترک نیز کاهش می‌یابد. همان طور که از نتایج به دست آمده قابل مشاهده است، در ضریب نشت $C = 5e-6 \frac{m^3}{N.s}$ ، به ازای تمامی ضرایب نفوذپذیری، مقدار عرض ترک به دست آمده از مدلسازی عددی کمتر از مقدار تحلیلی است و با افزایش ضریب نشت، اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی بیشتر نیز می‌شود. در ضریب نشت $C = 5e-6 \frac{m^3}{N.s}$ به ازای ضرایب نفوذپذیری ($K = 1e-5 m/s$ و $K = 1e-6 m/s$ ، $K = 1e-7 m/s$ ، $K = 1e-8 m/s$) مقدار طول ترک به دست آمده از مدلسازی عددی بیشتر از مقدار تحلیلی

جدول ۱۱- نتایج تحلیل مدل PKN برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$

فشار دهانه ترک (KPa)		طول ترک (m)		عرض ترک (mm)		$C = 5e-6 \frac{m^3}{N.s}$
تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	تحلیلی	عددی	
422.58	1629.73	172.84	234	4.13	2.69	$K = 1e-8 \text{ m/s}$
422.58	599.16	172.84	230	4.13	2.61	$K = 1e-7 \text{ m/s}$
422.58	298.68	172.84	227	4.13	2.56	$K = 1e-6 \text{ m/s}$
422.58	227.24	172.84	196	4.13	1.77	$K = 1e-5 \text{ m/s}$
422.58	160.75	172.84	78	4.13	1.359	$K = 1e-4 \text{ m/s}$



شکل ۱۴. نتایج تحلیل مدل PKN برای سیال با ضریب نشت $C = 5e - 6 \frac{m^3}{N.s}$

جدول ۱۲. حداکثر میزان تغییرات در مشخصه‌های ترک در اثر تغییرات پارامترهای میزان نفوذپذیری سازند و ضریب نشت

جداره‌های ترک			پارامترها		مدل
حداکثر میزان تغییرات			ضریب نشت از جداره‌های ترک	نفوذپذیری سازند	
فشار دهانه ترک	طول ترک	عرض ترک			
+16 %	-13.8 %	-9.8 %	$C_{min}=5e-15 \frac{m^3}{N.s}$ $C_{max}=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$	$K=1e-7 \text{ m/s}$	
+244.4	-98.3 %	-97.5 %	$C_{min}=5e-15 \frac{m^3}{N.s}$ $C_{max}=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$	$K=1e-5 \text{ m/s}$	KGD
-34.31%	-6.77 %	-2.2 %	$K_{min}=1e-7 \text{ m/s}$ $K_{max}=1e-4 \text{ m/s}$	$C=5e-12 \frac{m^3}{N.s}$	
-96.34 %	-99.05 %	-99.98 %	$K_{min}=1e-7 \text{ m/s}$ $K_{max}=1e-4 \text{ m/s}$	$C=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$	
-9.5 %	+15.38 %	-0.52 %	$C_{min}=5e-15 \frac{m^3}{N.s}$ $C_{max}=5e-8 \frac{m^3}{N.s}$	$K=1e-7 \text{ m/s}$	
-7.42 %	-13.55 %	-19.64 %	$C_{min}=5e-15 \frac{m^3}{N.s}$ $C_{max}=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$	$K=1e-5 \text{ m/s}$	PKN
-87.66 %	+69.5 %	-27.22 %	$K_{min}=1e-8 \text{ m/s}$ $K_{max}=1e-5 \text{ m/s}$	$C=5e-12 \frac{m^3}{N.s}$	
-90.13 %	-66.6 %	-49.47 %	$K_{min}=1e-8 \text{ m/s}$ $K_{max}=1e-4 \text{ m/s}$	$C=5e-6 \frac{m^3}{N.s}$	

۱۰. نتیجه‌گیری

در مدل *KGD* به ازای یک ضریب نفوذپذیری ثابت برای مخزن، با افزایش میزان ضریب نشت میزان هرزروی سیال افزایش یافته لذا میزان رشد ترک (طول و عرض ترک) کاهش می‌یابد. همچنین به ازای یک ضریب نشت ثابت، با افزایش نفوذپذیری سازند نیز میزان هرزروی سیال افزایش یافته و به دنبال آن میزان رشد ترک (طول و عرض ترک) کاهش می‌یابد.

در مدل *PKN* به ازای یک ضریب نفوذپذیری پایین برای مخزن، با افزایش ضریب نشت، میزان هرزروی سیال به میزان کمی افزایش می‌یابد ولی هدر روی سیال آن قدر زیاد نیست که طول و عرض ترک به صورت هم‌زمان کاهش یابند. به همین دلیل عرض ترک کاهش و طول آن افزایش می‌یابد. در این مدل به ازای یک ضریب نشت پایین، با افزایش ضریب نفوذپذیری سازند، میزان هرزروی سیال به میزان کمی افزایش می‌یابد ولی همچنان هدر روی سیال آنقدر زیاد نیست که طول و عرض ترک به صورت هم‌زمان کاهش یابند به همین

دلیل عرض ترک کاهش و طول آن افزایش می‌یابد. در مدل *PKN*، به ازای یک ضریب نشت بالا، با افزایش ضریب نفوذپذیری، میزان هرزروی سیال به مقدار زیادی افزایش یافته به طوری که طول و عرض ترک به صورت هم‌زمان کاهش می‌یابند. همچنین به ازای یک ضریب نفوذپذیری بالا، با افزایش ضریب نشت، میزان هرزروی افزایش یافته و طول و عرض ترک به صورت هم‌زمان کاهش می‌یابند.

در هر دو مدل *KGD* و *PKN* با افزایش میزان هرزروی سیال، فشار دهانه ترک کاهش می‌یابد. در خصوص تغییرات فشار سیال دهانه ترک شاهد سه رفتار کلی می‌توان بود. رفتار اول بالا نرفتن فشار سیال دهانه ترک است که نشان می‌دهد نشت سیال به سازند بسیار زیاد بوده است و گسترش ترک رخ نداده است. رفتار دوم افزایش فشار تا قله و سپس کاهش آهسته تا رسیدن به یک مجانب افقی می‌باشد. قله در این حالت نشانگر شکست در المان‌های اول است و با دور شدن نوک ترک از دهانه باعث تقلیل فشار می‌گردد. رفتار سوم افزایش فشار سیال دهانه ترک تا رسیدن به یک مجانب افقی می‌باشد که

[9] Chen, Z. Bunge, A. P. Zhang, X. Jeffrey, R. G. (2009). Cohesive zone finite element-based modeling of hydraulic Fractures. *Acta Mechanica Solida Sinica* (Vol. 22, no. 5, pp. 443–452). Wuhan, China.

[10] Yao, Y. Gosavi, S. V. Searles, K. H. Ellison, T. K. (2010). Cohesive Fracture Mechanics Based Analysis to Model Ductile Rock Fracture. *44th US Rock Mechanics Symposium* (p. ARMA 10- 140).

[11] Mohammadnejad, T. Khoei, A.R. (2013). An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in Deformable porous media with the cohesive crack model. *Finite Elm. Anal. Des* (Vol. 73, pp. 77-95).

[12] Haddad, M. Sepehrnoori, K. (2014). Simulation of Multiple-Stage Fracturing in Quasibrittle Shale Formations Using Pore Pressure Cohesive Zone Model.

[13] Saberhosseini, S. E. Keshavarzi, R. Ahangari, K.

(2017). A fully coupled three-dimensional hydraulic fracture model to investigate the impact of formation rock mechanical properties and operational parameters on hydraulic fracture opening using cohesive elements method. *Arab J. Geosci* (Vol. 10, no. 7)

[14] چیتی، نوید؛ پاک، علی. (۱۳۹۶). بررسی میزان تأثیر پارامترهای ژئومکانیکی بر شکاف هیدرولیکی در مخازن نفت با مدل سازی عددی. پایان نامه منتشر شده کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده عمران، گروه ژئوتکنیک.

[15] سلیقه دوست، مصطفی؛ پاک، علی. (۱۳۹۸) ارزیابی اثر عوامل هیدرومکانیکی در روش های متعارف تحلیل شکاف هیدرولیکی در مخازن نفت. پایان نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده عمران، گروه ژئوتکنیک.

[16] اسفندیاری، مصطفی؛ پاک، علی. (۱۳۹۹). ارزیابی اثر عوامل هیدرومکانیکی و ژئومکانیکی در روش های متعارف تحلیل شکاف هیدرولیکی در مخازن نفت. پایان نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده عمران، گروه ژئوتکنیک.

[17] Harper, P. W.; Hallett, S. R. (2008). Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination. *Eng. Fract. Mech* (Vol. 75, no. 16, pp. 4774–4792).

[18] Geertsma, J.; De Klerk, F. (2007). A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures. *J. Pet. Technol.* (Vol. 21, no. 12, pp. 1571–1581).

در این حالت می توان گفت، میزان هرزروی سیال نه آنقدر زیاد است که ترک رشد نکند و نه آنقدر کم است که با شکست المان های اولیه سیر نزولی داشته و باعث ایجاد قله در نمودار فشار-زمان شود.

از مقایسه نتایج مدلسازی عددی و نتایج به دست آمده از فرمول های تحلیلی *KGD* و *PKN* و با توجه به جدول (۱۲)، می توان به این نتیجه رسید که دو پارامتر میزان نفوذپذیری سازند و ضریب نشت جداره های ترک که در روابط تحلیلی در نظر گرفته نشده اند، تأثیر زیادی بر روی مشخصات شکاف هیدرولیکی دارند. لذا برای طراحی موفقیت آمیز و بهینه عملیات شکافت هیدرولیکی باید تأثیر هرزروی سیال نیز در نظر گرفته شود.

۱۱. مراجع

[1] Veatch, R.W. Moschovidis, Z.A. Fast, C.R.. (1989). An overview of hydraulic fracturing. In Oildley, Holditch, Nierode, Veatch, editors. Recent advances in hydraulic fracturing (Vol. 12, pp. 1-38). Monograph, Society of Petroleum engineers.

[2] King, G.E. (2012). Hydraulic Fracturing 101. SPE 152596. Hydraulic Fracturing Technology Conference, Woodlands, Texas, USA

[3] Khristianovic, S.A. Zheltov, Y.P. (1955). Formation of vertical fractures by means of highly viscous liquid. In: Proceedings of the fourth world petroleum congress, Rome (pp. 579–8)

[4] Perkins, T.K. Kern, L. R. (1961). Widths of hydraulic fractures. *J. Pet. Tech.*, 13(9):937–49 [SPE 89]

[5] Gadiyar, B. R. Shivaswamy, U. Gupta, A. (1998). Experimental study and modeling of hydraulic fracturing fluid leakoff in presence of gas saturation. (no.1).

[6] Moes, N. Belytschko, T. (2002). Extended finite element method for cohesive crack growth. *Engineering Fracture Mechanics* (Vol. 69, no.7, pp. 813 – 833).

[7] Fisher, M. K. Heinze, J. R. Harris, C. D. Davidson, B. M. Wright, C. A. Dunn, K. P. (2004). Optimizing Horizontal Completion Techniques in the Barnett Shale Using Microseismic Fracture Mapping. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.

[8] Casas, L. A. Miskimins, J. L. Black, A. D. Green, S. J. (2006). Laboratory Hydraulic Fracturing Test on a Rock With Artificial Discontinuities SPE Annu. Tech. Conf. Exhib.

Experiments. *Journal of Rock Mechanics and Rock Engineering* (vol. 54, p. 2881–2902).

[24] Ren, Qingshan; Jiang, Yaodong; Wang, Pengpeng; Wu, Guangjie; Noraei Danesh, Nima. (2021). Experimental and Numerical Simulation Study of Hydraulic Fracture Propagation during Coalbed Methane Development. *Journal of Geofluids* (vol. 2021, 12 pages).

[25] Zhang, Luqing; Zhou, Jian; Braun, Anika; Han, Zhenhue. (2017). Investigation of Processes of Interaction between Hydraulic and Natural Fractures by PFC Modeling Comparing against Laboratory Experiments and Analytical Models. *Journal of Energies* (vol. 2017, 18 pages).

[26] Bobrova, Maria; Stanchits, Sergey; Shevtsova, Anna; Filev, Egor; Stukachev, Vladimir. (2021). *Journal of Geoscienc*

[19] Perkins, T. K.; Kern, L. R. (2007). Widths of Hydraulic Fractures. *Journal of Petroleum Technology* (Vol. 13, no. 09, pp. 937–949).

[20] Nordgren, R. P. & et.al. (1972). Propagation of a vertical hydraulic fracture. *Society of Petroleum EngineersJournal* (Vol. 12, no. 04, pp. 306–314).

[21] Barenblatt, G.I. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics* (p. 55-129).

[22] Abaqus User's Manual, Version 6.14, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI. 2018.

[23] Deb, Paromita; Salimzadeh, Saeed; Vogler, Daniel; Düber, Stephan; Clauser, Christoph; Settgast, Randolph R. (2021). Verification of Coupled Hydraulic Fracturing Simulators Using Laboratory-Scale