



یادداشت فنی

بررسی عدد رینولدز بحرانی برای جریان غیرخطی نفت درون شکستگی های سنگی دارای زبری

مرتضی جوادی اصطهباناتی^{*1}

۱- استادیار دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۵/۰۲ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۰۵

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22107/jpg.2022.296450.1145

واژگان کلیدی	چکیده
رینولدز بحرانی عدد فورچی میر جریان غیرخطی شکستگی سنگی زبری	در این مقاله جریان غیرخطی نفت درون شکستگی های سنگی و با تاکید بر روی عدد رینولدز بحرانی مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور، شبیه سازی جریان نفت در داخل شش شکستگی سه بعدی با هندسه های متفاوت با روش حجم محدود انجام و برای دامنه وسیعی از عدد رینولدز انجام شد. نتایج حاصل از شبیه سازی جریان از دیدگاه قانون فورچی میر مورد ارزیابی قرار گرفت و ضرایب افت انرژی با مکانیسم های ویسکوز و اینرسی (ضرایب A و B فورچی میر) محاسبه شد. سپس، تاثیر ترم های خطی و غیرخطی از کل افت انرژی و وابستگی بین عدد بی بعد فورچی میر به عدد بی بعد رینولدز مورد بررسی قرار گرفت. در نهایت بر اساس جمع بندی نتایج مراحل پیش، مقدار بحرانی عدد بی بعد رینولدز برای شروع جریان غیرخطی در هر یک از شکستگی ها تعیین شده است. نتایج حاصل از این مطالعه نشان می دهد، قانون فورچی میر با دقت بسیار زیادی با نتایج شبیه سازی انطباق دارد. با افزایش عدد رینولدز، سهم ترم خطی از کل افت فشار استاتیک (هدررفت انرژی) کاهش یافته و بطور همزمان، سهم ترم غیر خطی افزایش می یابد. برای شکستگی های مورد بررسی در این مقاله (شکستگی های کاملاً باز)، مقدار عدد رینولدز بحرانی در بازه ۳۰ الی ۴۶ قرار دارد. بیشترین و کمترین مقدار عدد رینولدز بحرانی مربوط به شکستگی هایی است که به ترتیب دارای کمترین و بیشترین شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر بوده و دارای کمترین و بیشترین ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی هستند.

۱. پیش گفتار

در بسیاری از مخازن هیدروکربوری، شکستگی ها نقش اساسی در رفتار هیدرولیکی مخزن داشته و عمده فرآیندهای هیدرولیکی توسط شکستگی ها کنترل می شود. با توجه به نقش کلیدی شکستگی ها در فرآیندهای هیدرولیکی، بررسی رفتار مخزن مستلزم بررسی رفتار هیدرولیکی شکستگی ها خواهد بود.

در عمده سازندهای زمین شناسی، رفتار هیدرولیکی توده سنگ توسط شکستگی ها و شبکه شکستگی ها کنترل می شود. مخازن هیدروکربوری شکافدار نیز از این قاعده مستثنی نبوده و عمده جریان هیدروکربن از مخزن به سمت چاه های

تولیدی در داخل شکستگی های موجود در ساختار سنگ مخزن حادث می شود [۱]. رفتار میکروسکوپی سیال در داخل شکستگی های سنگی یکی از پیچیده ترین فرآیندهای فیزیکی در حوزه ژئومکانیک به شمار می رود [۲]. این مطلب از دو عامل اصلی ۱- هندسه پیچیده شکستگی (زبری، سطوح تماس، توزیع دهانه و ...) و ۲- پیچیدگی معادلات حاکم بر جریان سیال (معادلات مشتقات جزئی غیر خطی ناویه استوکس) ناشی می شود [۳]. برای رفع این پیچیدگی ها در مسائل عملی و توسعه مدل های کاربردی، ساده سازی گسترده (هم در رابطه با معادلات حاکم و هم در رابطه با هندسه سطوح شکستگی) امری ناگزیر خواهد بود.

مهم ترین ضعف معادله روغن کاری رینولدز محسوب می شود [۸]. به همین دلیل، ادامه مطالعات با تمرکز بر روی حل عددی معادله ناویه استوکس برای بررسی جریان سیال [۲۵-۲۹] دنبال شده است. نقطه عطف این مطالعات در کنار سایر مطالعات بویژه بررسی های آزمایشگاهی، رفتار غیرخطی برای جریان سیال درون شکستگی های سنگی بوده است. در دو دهه اخیر، رفتار غیر خطی جریان موضوع بسیاری از مطالعات آزمایشگاهی [۳۴-۳۰] و مدل سازی عددی [۳۸-۳۵] بوده است. بخش عمده ای از این مطالعات، بر روی موضوع تمایز جریان غیرخطی از قانون مکعب و بویژه عدد رینولدز بحرانی متمرکز شده که نقطه عطف این مطالعات را می توان ارائه فرمولاسیون عدد رینولدز بحرانی حاصل از ترکیب عدد فورچی میر و رینولدز (مدل ارائه شده توسط جواد و همکاران، ۲۰۱۴ [۸]) در نظر گرفت. با این وجود، مطالعات اندکی بر روی عدد رینولدز بحرانی برای جریان نفت درون شکستگی های سنگی با دیواره های زبر انجام شده است. این موضوع بعنوان هدف اصلی مقاله پیش رو و با تمرکز بر معیار رینولدز بحرانی و قانون فورچی میر و با تکیه بر شبیه سازی سه بعدی جریان غیرخطی نفت با استفاده از حل عددی معادلات ناویه-استوکس مورد مطالعه قرار گرفته است. در حقیقت، در مطالعه پیشین [۳۸]، تاثیر نرخ تاثیر نرخ جریان نفت بر تغییرات مقادیر دهانه هیدرولیکی و نفوذپذیری شکستگی های سنگی و میزان انحراف از قانون داریسی مورد بررسی قرار گرفت که مقاله پیش رو، در ادامه مطالعه قبلی و با تمرکز بر ضرایب هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی، عدد فورچی میر و مقدار عدد رینولدز بحرانی برای جریان نفت دون شکستگی سه بعدی مورد مطالعه قرار گرفته است.

در این مقاله، جریان غیرخطی نفت درون شکستگی های سنگی و با هدف برآورد میزان انحراف رفتار هیدرولیکی شکستگی ها از قانون داریسی و با تاکید بر روی مقدار عدد رینولدز بحرانی مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور، شبیه سازی جریان نفت در داخل شکستگی سه بعدی با هندسه های متفاوت با روش حجم محدود برای دامنه وسیعی دبی جریان انجام شده است. برای نتایج شبیه سازی، مقادیر عدد رینولدز، عدد فورچی میر و ضرایب آن و همچنین سهم ترم های خطی و غیرخطی افت فشار مورد ارزیابی قرار گرفته

این ساده سازی ها عمدتاً بصورت توسعه مدل های ماکروسکوپی بر مبنای میانگین گیری مقادیر مقیاس میکروسکوپی انجام می شود [۲]. ماحصل این رویکرد، منجر به معرفی مفاهیمی همچون، قانون داریسی (پارامترهایی نظیر نفوذپذیری، هدایت هیدرولیکی) قانون مکعب (پارامترهایی نظیر دهانه موثر و دهانه هیدرولیکی) و قانون فورچی میر *Forchheimer* (فاکتورهای نظیر ضرایب هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی) شده است. ساده ترین مدل ماکرو برای توصیف رفتار هیدرولیکی شکستگی های سنگی قانون مکعب [۴] بوده که بطور گسترده ای برای مدل سازی مخازن هیدروکربوری مورد استفاده قرار گرفته است [۵]. قانون مکعب بر مبنای ساده سازی اساسی در رابطه با هندسه و معادلات جریان شامل فرض صفحات صاف موازی برای سطوح شکستگی [۶] از یک سو و فرض جریان صفحه ای پویزیل [۷] معادل با حذف ترم اینرسی از معادلات اصلی جریان [۸] از سوی دیگر استخراج شده است. عدم انطباق این فرضیات با شرایط واقعی و خطای بسیار زیاد در کمی سازی رفتار هیدرولیکی شکستگی ها، بطور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است. اولین تلاش ها برای اصلاح قانون مکعب، با تکیه بر فرض دیواره های زبر موازی و پروفیل های دندانداره ای [۹]، سینوسی [۱۰]، و یا پله ای [۱۱، ۱۲] و نهایتاً معرفی ترم اصلاحی تحت عنوان "دهانه موثر" انجام شده است. با پیشرفت توان محاسباتی، روش های عددی حل معادلات جریان بعنوان یک ابزار کاربردی در مطالعات جریان سیال درون شکستگی های سنگی در دستور کار مطالعات قرار گرفت. شروع این دسته از مطالعات با ارتقای معادله حاکم بر جریان به حالت قانون مکعب محلی (*Local Cubic Law*) یا معادله روغن کاری رینولدز [۱۵-۱۳] و ارزیابی کارایی این معادله [۲۰-۱۶] متمرکز شد که مهم ترین دستاورد این مطالعات، را می توان معرفی مفهوم "دهانه هیدرولیکی" [۲۱] در نظر گرفت.

در عمده این مطالعات، روابط حاکم بر جریان بصورت خطی (از قبیل معادله داریسی، معادله لاپلاس و معادله رینولدز) در نظر گرفته شده و طیف وسیعی از پدیده های مختلف از قبیل انتقال ذرات [۲۲]، جریان کانالی [۱۱]، پیچش جریان [۱۹]، ریزش ثقلی [۲۳] و اثر موئینگی [۲۴] مورد بررسی قرار گرفته است. با این وجود، حذف ترم اینرسی از معادلات اصلی جریان

$$-\nabla p = AQ + BQ^2 \quad (۴)$$

در رابطه فوق، فاکتورهای A و B ضرایب هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی هستند. برای بیان رژیم جریان معمولاً از عدد بی بعد رینولدز استفاده می شود که این عدد نسبت بین نیروهای ویسکوز و اینرسی را بصورت زیر بیان می کند [۲۷]:

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} = \frac{\rho Q}{\mu w} \quad (۵)$$

که در رابطه فوق، Re عدد رینولدز، \bar{v} سرعت متوسط جریان، D طول مشخصه (معادل با دهانه شکستگی) است. با وجود کاربرد گسترده عدد رینولدز بعنوان سنجه ای برای توصیف نوع رژیم حاکم بر جریان، دامنه وسیعی برای مقدار حدی این عدد بی بعد برای سالیان دراز مطرح شد که نهایتاً، جوادی و همکاران (۲۰۱۴) با ترکیب عدد رینولدز و قانون فورچیمر، برای اولین بار رابطه کمی را برای عدد رینولدز بحرانی (Re_c) و با هدف پایان دادن به تناقضات موجود در این زمینه و بصورت زیر ارائه نمودند [۸]:

$$Re_c = \frac{A\rho\alpha}{B\mu w(1-\alpha)} = \frac{A\rho}{B\mu w} F_0 \quad (۶)$$

که در رابطه فوق، F_0 عدد فورچی میر و α یک مقدار بی بعد بوده و بصورت نسبت افت انرژی ناشی از اینرسی به کل افت فشار (مجموع افت فشار اینرسی و ویسکوز) در حالت شروع رفتار بحرانی و به شکل زیر تعریف می شود [۸]:

$$\alpha = \frac{BQ^2}{AQ + BQ^2} = \frac{F_0}{1 + F_0} \quad (۷)$$

مقدار α با توجه به میزان دقت مورد نیاز (بین صفر تا یک) تعیین می شود که برای بسیاری از کاربردهای معمول برابر با ۰/۱ پیشنهاد شده است [۸].

۳. چارچوب شبیه سازی

در این مطالعه، شبیه سازی عددی جریان نفت در داخل شکستگی سه بعدی با هندسه های متفاوت و برای دامنه وسیعی از دبی جریان (یا عدد رینولدز) انجام شده است. برای ساخت هندسه سه بعدی، از نتایج لیزر اسکن یک شکستگی واقعی استفاده شده که بخشی از هندسه این شکستگی با ابعاد عرض 3 mm و طول $12/5 \text{ mm}$ (به ترتیب در راستای x, y

است. در نهایت، نتایج از دیدگاه رفتار غیرخطی و بویژه عدد رینولدز بحرانی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲. تئوری و معادلات حاکم

بطور کلی رفتار جریان یک سیال نیوتنی در فضای خالی با استفاده از معادلات ناویه-استوکس (تعادل مومنتوم و نیرو) توصیف می شود [۳۹]:

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla p \quad (۱)$$

که در رابطه فوق، $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ بردار سرعت، ρ دانسیته سیال، μ ویسکوزیته دینامیک سیال و p فشار هیدرودینامیک سیال است. برای اینکه یک سیستم بسته از معادلات داشته باشیم لازم است این معادلات با معادله پیوستگی (بقای جرم) ترکیب شوند. برای یک سیال غیر قابل تراکم، معادله بقای جرم با معادله بقای حجم معادل است و معادله به فرم زیر نوشته می شود [۶]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (۲)$$

رابطه ناویه-استوکس از یک مجموعه معادلات مشتقات جزئی غیر خطی با درجه های مختلف تشکیل شده که تاکنون راه حل تحلیلی برای آن ارائه نشده است. با صرف نظر کردن از ترم اینرسی (ترم غیرخطی) در این رابطه، معادله خطی استوکس حاصل می شود [۳۷]. با فرض صفحات صاف و موازی به عنوان دیواره های شکستگی و حل تحلیلی معادله استوکس، یک معادله ساده تحت عنوان "قانون مکعب" بدست می آید [۶]:

$$Q = -\frac{w a_h^3}{12\mu} \nabla p = -\frac{k S_f}{\mu} \nabla p \quad (۳)$$

که در رابطه فوق Q دبی جریان، w عرض شکستگی، ∇p گرادیان فشار، a_h دهانه شکستگی، k نفوذپذیری شکستگی و S_f سطح مقطع شکستگی است. رابطه فوق معادل با قانون دارسی بوده که با استفاده از این معادل سازی، نفوذپذیری شکستگی بصورت $k = \frac{a_h^2}{12}$ تعریف می شود. برای بسیاری از شرایط حاکم بر جریان سیال، ارتباط خطی بین دبی و گرادیان فشار (قانون دارسی یا مکعب) بسمت رابطه غیرخطی منحرف می شود. رایج ترین فرم معادلات جریان غیرخطی برای شکستگی ها (و محیط متخلخل) با استفاده از قانون فورچی میر و بصورت زیر بیان می شود [۴۱]:

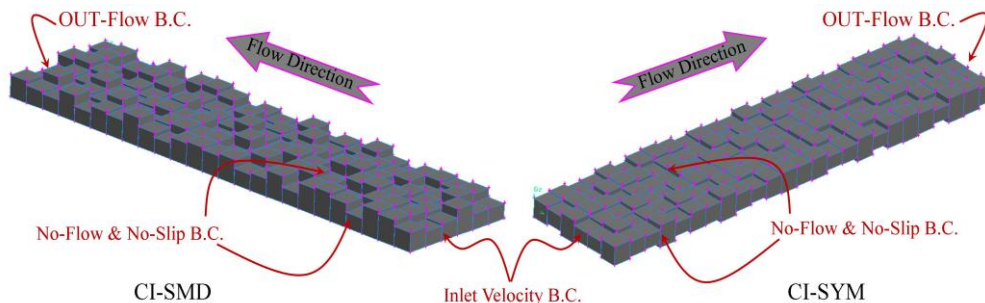
شکستگی، شرایط مرزی شامل سرعت ورودی و جریان خروجی بترتیب برای ورودی و خروجی شکستگی و شرط مرزی بدون جریان برای سطوح جامد دیواره در نظر گرفته شده است (مطابق با شکل ۲). شبیه سازی جریان در داخل شکستگی سه بعدی برای محدوده وسیعی از دبی جریان ورودی (یا عدد رینولدز) و بصورت سرعت ورودی از $0.1/0.1$ تا $0.1/2$ m/s (به ترتیب معادل با دبی $0.1/135$ cm^3/s الی $0.1/7$ cm^3/s و عدد رینولدز $3/82$ الی $76/5$) انجام شده و فشار نسبی داخل شکستگی در شبیه سازی‌ها بیشتر از فشار نقطه حباب لحاظ شده است.

۴. نتایج و بحث

بمنظور بررسی جریان غیرخطی سیال نفت خام درون شکستگی‌های سنگی و بویژه نقش عدد رینولدز بحرانی، شبیه سازی جریان برای دامنه نسبتاً وسیعی از دبی جریان (یا عدد رینولدز) انجام شده است. در مرحله اول، نتایج حاصل از شبیه سازی جریان نفت از درون شکستگی از دیدگاه ارتباط بین گرادیان افت فشار و دبی جریان سیال عبوری بعنوان مهم ترین شاخصه رفتاری مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور، برای هر یک از شبیه سازی‌ها (شکستگی‌های مختلف و مقادیر مختلف سرعت ورودی)، افت فشار استاتیک با استفاده از مقادیر فشار استاتیک در ورودی و خروجی شکستگی محاسبه شده است. سپس این مقادیر با توجه به طول شکستگی به مقدار گرادیان افت فشار استاتیک تبدیل شده است. در ادامه، مقادیر گرادیان افت فشار استاتیک بعنوان تابعی از دبی حجمی جریان عبوری از درون شکستگی و بصورت گراف ترسیم و بتفکیک هر یک از شکستگی‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است.

در تحلیل‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. فضای خالی سه بعدی شکستگی به صورت یک مجموعه از المان‌های حجمی بر روی صفحه $x-y$ و دهانه مکانیکی متغیر (z) ساخته شده است. زبری سطوح این شکستگی‌ها به دو صورت مختلف شامل ۱- سطح پایین شکستگی کاملاً صاف و سطح بالا کاملاً زبر و ۲- هر دو سطح بالا و پایین شکستگی زبر و بصورت متقارن در نظر گرفته شده که این دو حالت هندسی بترتیب SMD و SYM نامگذاری شده اند. نمای کلی از هندسه شکستگی با حالت‌های هندسی SMD و SYM در شکل ۲ نشان داده شده است. در این مطالعه از شش مدل هندسی مختلف از شکستگی (با نامگذاری $CII-SYM$ ، $CII-SMD$ ، $CII-SYM$ ، $CII-SMD$ ، $CIII-SYM$ و $CIII-SMD$) استفاده شده است. لازم به ذکر است، تحلیل‌های عددی این مقاله کاملاً منطبق بر شکستگی‌های مورد استفاده در جوادی (۲۰۱۸) و (۲۰۱۹) [۳۷-۳۸] بوده که برای اطلاعات بیشتر در این خصوص به مراجع مذکور مراجعه شود.

شبیه سازی جریان نفت در داخل شکستگی بصورت حل عددی همزمان معادلات ناویه-استوکس و پیوستگی با روش حجم محدود و با استفاده از نرم افزار $FLUENT^{TM}$ انجام شده است. مرحله اول، صحت سنجی مدل عددی و استقلال نتایج از شبکه (استقلال از نحوه مش بندی شامل تعداد و اندازه المان‌ها) مطابق با مطالعات پیشین مرتبط [۳۷-۳۸] انجام شده و در نتیجه این موارد در مقاله پیش رو تکرار نشده است. با توجه به این پیشینه، مش بندی فضای داخل شکستگی‌ها با تعداد حدود 1200000 مش تراهدرال انجام شده است. شبیه سازی جریان نفت غیر اشباع با چگالی نسبی 0.85 و ویسکوزیته cP ۱ و با استفاده از روش مستقیم DNS انجام شده است. با توجه به فرض نفوذناپذیر بودن دیواره‌های

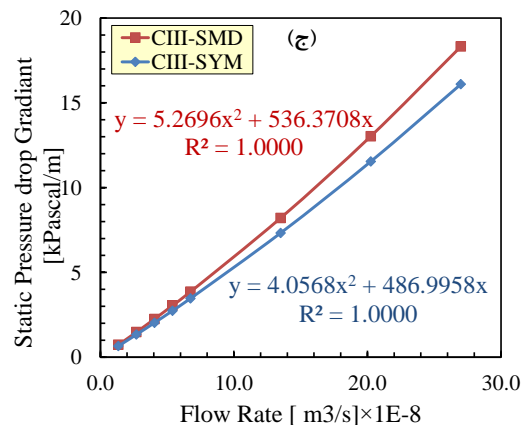
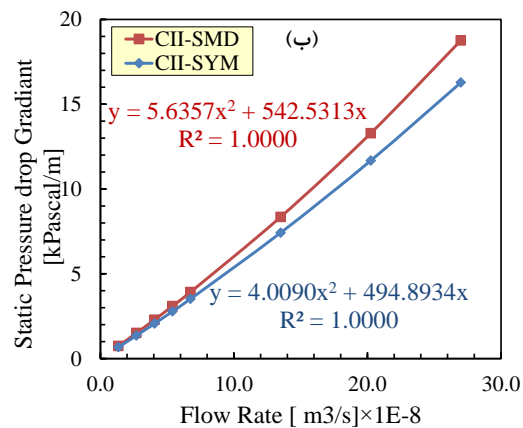
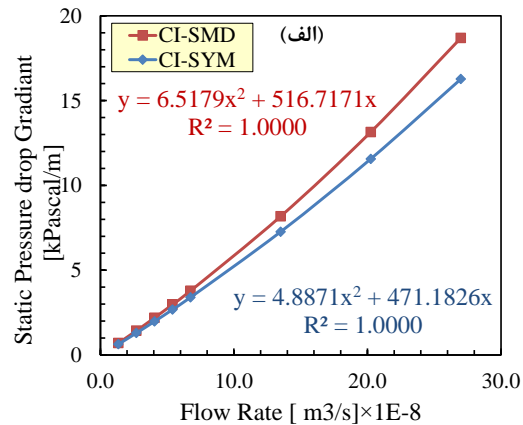


شکل ۱- نمای کلی از هندسه و شرایط مرزی شکستگی CI.

حقیقت، برای تمامی شکستگی های مورد بررسی، افت فشار استاتیک مربوط به شکستگی *SYM* کمتر از شکستگی *SMD* است. با افزایش دبی جریان عبوری این اختلاف واضح تر شده و مقدار عددی اختلاف بین مقادیر افت فشار افزایش می یابد. همچنین، با افزایش دبی جریان، میزان گرادیان افت فشار استاتیک بصورت غیر خطی و با تقعر به سمت بالا افزایش می یابد. این جنبه رفتاری کاملاً با قانون فورچی میر منطبق بوده و ارتباط بین دبی جریان عبوری و گرادیان افت فشار استاتیک بصورت یک دو جمله ای درجه ۲ است. بمنظور بررسی دقیق تر این موضوع، برای کلیه شکستگی های مورد بحث، نمودار غیر خطی از نوع چندجمله ای درجه ۲ و مطابق با قانون فورچی میر به نتایج حاصل از شبیه سازی عددی برازش داده شده است.

نمودارهای برازش شده به نتایج شبیه سازی همراه با چند جمله ای برازش شده و ضریب برازش رگرسیون در شکل ۲ و بتفکیک شکستگی های مخلف نشان داده شده است. برای کلیه شکستگی های مورد استفاده در شبیه سازی، چندجمله ای درجه ۲ (با ضریب ثابت صفر) مطابق با فرمولاسیون قانون فورچی میر (رابطه ۴) با دقت بسیار زیادی با نتایج شبیه سازی انطباق دارد. برای کلیه نتایج شبیه سازی، مقدار ضریب R^2 حاصل از برازش چند جمله ای درجه ۲ به نتایج شبیه سازی با دقت چهار رقم اعشار برابر با عدد ۱ بدست آمده است. این موضوع نشان می دهد که رفتار جریان در شکستگی های سنگی با قانون فورچی میر انطباق بسیار خوبی داشته و برای کاربردهای عملی، استفاده از قانون فورچی میر (نسبت به قانون مکعب)، توصیف دقیق تری از رفتار هیدرولیکی شکستگی های سنگی را ارائه می کند.

ضرایب حاصل از برازش چندجمله ای درجه ۲، بعنوان ضرایب فورچی میر شناخته می شوند. این ضرایب بصورت *A* و *B* در متون علمی نامگذاری می شوند که بترتیب بیانگر ضرایب هدرفت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی هستند (مطابق با رابطه ۴). با استفاده از نتایج حاصل از شبیه سازی عددی، ضرایب هدرفت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی محاسبه شده است. بعد از انجام محاسبات مربوطه و تبدیل واحدهای مورد نیاز، مقادیر ضرایب فورچی میر (ضرایب *A* و *B*) در قالب گراف های شکل ۳ و بتفکیک هر یک از شکستگی های مورد بررسی نشان داده شده اند.

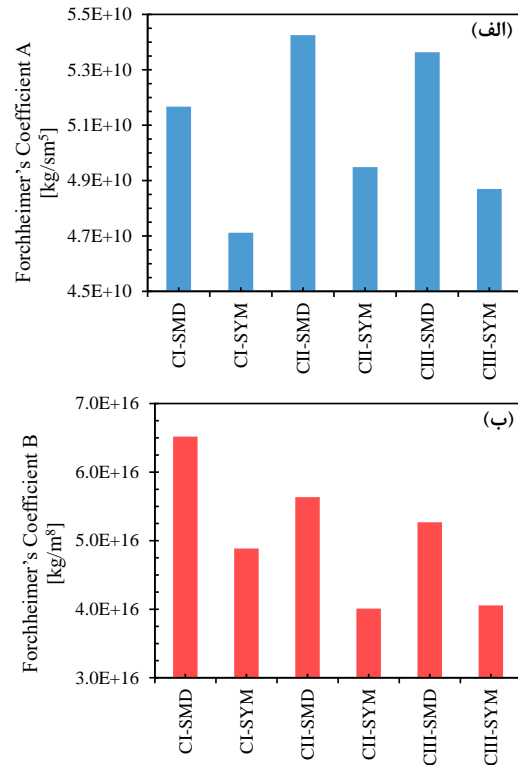


شکل ۲- تاثیر دبی جریان عبوری بر گرادیان افت فشار استاتیک در شکستگی های مختلف: الف) CI، ب) CII و ج) CIII.

مطابق با شکل ۲، برای هر سه شکستگی مورد استفاده برای شبیه سازی جریان، میزان افت فشار استاتیک ناشی از عبور دبی مشخص جریان برای مدل هندسی با سطوح متقارن کمتر از مدل هندسی با یک سطح صاف-یک سطح زیر است.

سیال ناشی از دو ترم اصلی شامل ترم خطی (با مکانیسم ویسکوز) و ترم غیرخطی (با مکانیسم اینرسی) است. بمنظور بررسی اثر این ترم ها بر روی هدررفت انرژی، سهم هریک از این دو ترم برای هر یک از مدل های هندسی و بر اساس نتایج قانون فورچی میر و شبیه سازی جریان محاسبه شده و بصورت تابعی از عدد رینولدز در گراف های شکل ۴ نشان داده شده است. برای محاسبه عدد رینولدز از رابطه ۵ استفاده شده است. منحنی تغییرات برای هر دو ترم بعنوان تابعی از عدد رینولدز بصورت غیر خطی بوده و برای ترم خطی و ترم غیرخطی بترتیب دارای تقعر به سمت بالا و تقعر به سمت پایین هستند. مطابق با شکل ۴، با افزایش عدد رینولدز (معادل با افزایش دبی جریان عبوری از شکستگی) سهم ترم خطی از کل افت فشار استاتیک یا هدررفت انرژی (معادل با مکانیسم ویسکوز) کاهش یافته و بطور همزمان، سهم ترم غیر خطی هدررفت انرژی (معادل با مکانیسم اینرسی) افزایش می یابد.

نسبت بین افت انرژی با مکانیسم اینرسی به افت انرژی با مکانیسم ویسکوز، تحت عنوان "عدد بی بعد فورچی میر" یا Fo شناخته می شود. برای درک بهتر اثر ترم های خطی و غیرخطی، برای هر یک از شکستگی های مورد استفاده در شبیه سازی، عدد بی بعد فورچی میر (با استفاده از رابطه ۷) بعنوان تابعی از عدد رینولدز محاسبه و در گراف های شکل ۵ نشان داده شده است. مطابق با شکل ۵، با افزایش عدد رینولدز (معادل با افزایش دبی جریان عبوری از شکستگی)، مقدار عدد بی بعد فورچی میر بصورت خطی افزایش می یابد. شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر یک سنج بسیار معنا دار بوده و بیانگر میزان شدت جریان غیرخطی است. هر چه شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر بیشتر باشد، سهم ترم غیرخطی افت فشار بیشتر بوده و دامنه برقراری قانون دارسی کمتر خواهد بود. بطور برعکس، هر چه شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر کمتر باشد، سهم ترم غیرخطی افت فشار کمتر بوده و دامنه برقراری قانون دارسی بیشتر خواهد بود. مطابق با شکل ۵، بیشترین و کمترین شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر بترتیب برای $CI-SMD$ و $CII-SYM$ حادث می شود که این ترتیب معادل با کمینه و بیشینه ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی (ضریب B) است (به شکل ۳-ب رجوع شود).

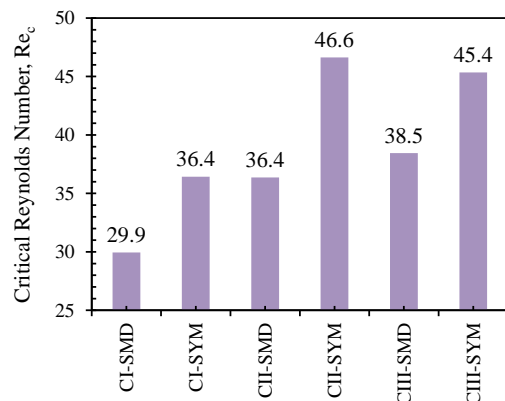


شکل ۳- ضرایب فورچی میر برای نتایج شبیه سازی: الف) ضریب A و ب) ضریب B .

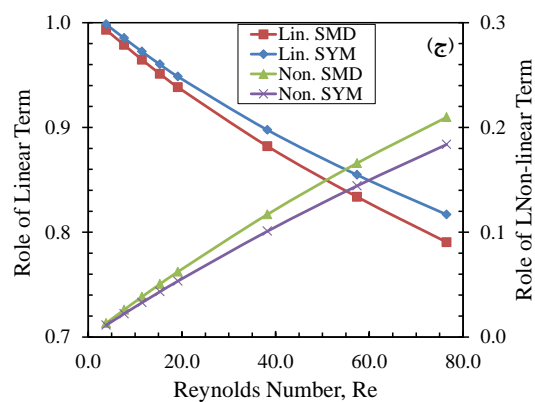
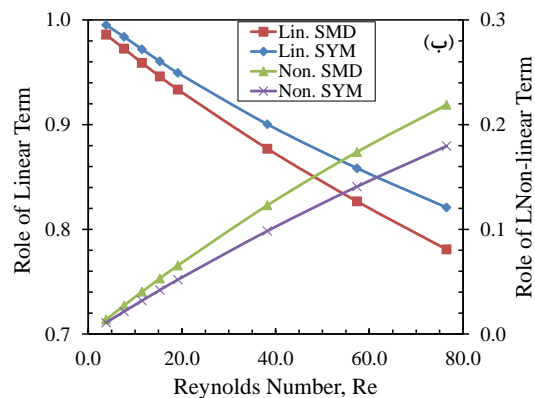
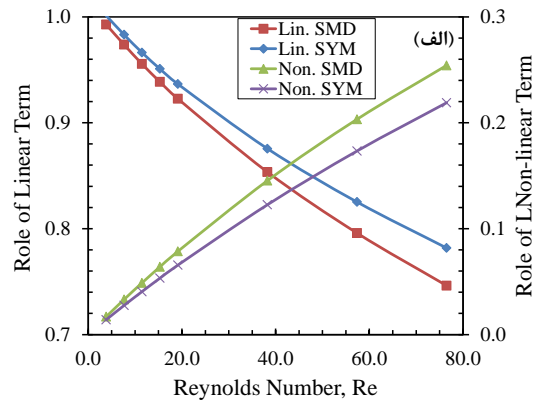
مقایسه ضرایب فورچی میر (شکل ۳) نشان می دهد که ضرایب هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی برای مدل هندسی با سطوح متقارن (شکستگی SYM) کمتر از مدل هندسی با یک سطح صاف-یک سطح زبر (شکستگی SMD) است. مطابق با شکل ۳-الف، بیشترین و کمترین مقدار ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز بترتیب برای مدل هندسی $CI-SMD$ و $CII-SYM$ حاصل شده که نسبت بین مقادیر بیشینه و کمینه در حدود ۱/۱۵ خواهد بود. همچنین، بیشترین و کمترین مقدار ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی (ضریب B) بترتیب برای مدل هندسی $CI-SMD$ و $CII-SYM$ حاصل شده که نسبت بین مقادیر بیشینه و کمینه در حدود ۱/۶۳ خواهد بود (شکل ۳-ب). مقایسه این نتایج نشان می دهد که تاثیر هندسه و توزیع دهانه مکانیکی شکستگی ها سنگی تاثیر بسیار بیشتری بر روی ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی دارد. مطابق با قانون فورچی میر، هدررفت انرژی ناشی از جریان

اصلی را در افت انرژی یا افت فشار (استاتیک) خواهد داشت. بطور برعکس، برای مقادیر نسبتاً بزرگ دبی جریان عبوری و یا مقادیر بالای عدد رینولدز، عمده هدر رفت انرژی (افت فشار) توسط ترم غیرخطی کنترل خواهد شد. این موضوع بدین معنا است که در مقادیر پایین عدد رینولدز می توان جریان نفت درون شکستگی های سنگی را بصورت خطی فرض نمود (معادل با قانون دارسی و یا قانون مکعب). همچنین، برای مقادیر بالای عدد رینولدز، جریان عبوری از شکستگی کاملاً غیرخطی خواهد بود و فرض قانون دارسی از دامنه اعتبار بسیار کمی برخوردار خواهد بود. برای کاربردهای عملی، مرز بین این دو محدوده با استفاده از مفهوم عدد رینولدز بحرانی (و همچنین عدد فورچی میر حدی) تعیین می شود. برای نتایج حاصل از شبیه سازی جریان و برای هر یک از شکستگی های مورد استفاده، مقدار عدد رینولدز بحرانی محاسبه و نتایج حاصل در شکل ۵ نشان داده شده است.

محاسبه عدد رینولدز بحرانی با استفاده از رابطه (۷) و با در نظر گرفتن مقدار α برابر با ۰/۱ انجام شده است (در این حالت، رینولدز بحرانی معادل با حالتی است که ۱۰ درصد از افت انرژی ناشی از ترم غیرخطی باشد). شکل ۵ نشان می دهد که عدد رینولدز بحرانی برای شکستگی های مورد بررسی در بازه ۳۰ الی ۴۶ است. بیشترین و کمترین مقدار عدد رینولدز بحرانی مربوط به شکستگی $CI-SMD$ و $CII-SYM$ بوده که این ترتیب با کمترین و بیشترین شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر (شکل ۵) و کمینه و بیشینه ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی (شکل ۳-ب) همخوانی دارد.



شکل ۵- عدد رینولدز بحرانی برای شکستگی های مختلف.



شکل ۴- سهم ترم های خطی و غیرخطی از افت فشار استاتیک ناشی از جریان برای شکستگی های مختلف: الف) CI، ب) CII و ج) CIII.

مقایسه نتایج شکل ۴ و ۵، نشان می دهد که با افزایش عدد رینولدز، سهم ترم خطی یا هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز کاهش یافته و بطور همزمان، سهم ترم غیر خطی هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی افزایش می یابد. تحت تاثیر این موضوع، کاملاً واضح خواهد بود که در مقادیر اندک جریان یا مقادیر اندک عدد رینولدز، ترم خطی معادله جریان نقش

۵. نتیجه گیری

در این مقاله، جریان غیرخطی نفت درون شکستگی های سنگی و با تاکید بر روی مقدار عدد رینولدز بحرانی مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور، شبیه سازی جریان نفت در داخل شکستگی سه بعدی با هندسه های متفاوت با روش حجم محدود انجام شده است. شبیه سازی جریان برای شش شکستگی مختلف و برای دامنه وسیعی از عدد رینولدز انجام شد و نتایج حاصل از دیدگاه رفتار غیرخطی و بویژه عدد رینولدز بحرانی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در مرحله اول، نتایج حاصل از شبیه سازی جریان و با تاکید بر انطباق با قانون فورچی میر مورد ارزیابی قرار گرفت. در ادامه، ضرایب افت انرژی با مکانیسم ویسکوز و اینرسی (ضرایب A و B فورچی میر) محاسبه شد. سپس، تاثیر ترم های خطی و غیرخطی از کل افت انرژی (افت فشار استاتیک) و وابستگی بین عدد بی بعد فورچی میر به عدد بی بعد رینولدز مورد بررسی قرار گرفت. در نهایت بر اساس جمع بندی نتایج مراحل پیش، مقدار رینولدز بحرانی برای هر یک از شکستگی ها تعیین شد. بر اساس تحلیل ها و بررسی های انجام شده، مهم ترین نتایج این مطالعه بشرح زیر حاصل شده است:

۱- قانون فورچی میر (چندجمله ای درجه ۲) با دقت بسیار زیادی با نتایج شبیه سازی انطباق داشته و مقدار R^2 حاصل از برازش با دقت چهار رقم اعشار برابر ۱ بدست آمده است. تحت تاثیر این انطباق، برای کاربردهای عملی و در مسائل با مقادیر بالای عدد رینولدز، استفاده از قانون فورچی میر پیشنهاد می گردد.

۲- منحنی تغییرات سهم ترم های خطی و غیرخطی افت انرژی (افت فشار هیدرواستاتیک) بعنوان تابعی از عدد رینولدز بصورت غیر خطی بوده و برای ترم خطی و ترم غیرخطی بترتیب دارای تقعر به سمت بالا و تقعر به سمت پایین هستند. با افزایش عدد رینولدز، سهم ترم خطی از کل افت فشار استاتیک یا هدررفت انرژی کاهش یافته و بطور همزمان، سهم ترم غیر خطی افزایش می یابد.

۳- شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر یک سنجه بسیار معنا دار بوده و بیانگر میزان شدت جریان غیرخطی است. هر چه شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر بیشتر باشد، سهم ترم غیرخطی افت فشار بیشتر بوده و دامنه برقراری قانون دارسی کمتر خواهد بود.

۴- برای شکستگی های مورد بررسی در این مقاله (شکستگی کاملاً باز)، مقدار عدد رینولدز بحرانی با در نظر گرفتن مقدار α برابر با ۰/۱ در بازه ۳۰ الی ۴۶ قرار دارد. بیشترین و کمترین مقدار عدد رینولدز بحرانی مربوط به شکستگی $CIH-SYM$ و $CI-SMD$ بوده که این ترتیب با کمترین و بیشترین شیب نمودار عدد رینولدز-عدد فورچی میر و همچنین، کمینه و بیشینه ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی همخوانی دارد.

۶. فهرست نمادها

جدول ۱. فهرست نمادها

نماد	واحد	شرح
u	m/s	بردار سرعت
ρ	Kg/m^3	دانسیته سیال
μ	$Pa.s$	ویسکوزیته دینامیک سیال
p	Pa	فشار هیدروستاتیک
Q	m^3/s	دبی جریان
∇p	Pa/m	گرادیان فشار
a_h	m	دهانه هیدرولیکی شکستگی
k	m^2	نفوذپذیری
β	m^{-5}	ضریب غیرداریسی یا مقاومت اینرسی
A	$Pa.s/m^4$	ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم ویسکوز
B	kg/m^8	ضریب هدررفت انرژی با مکانیسم اینرسی
w	m	عرض شکستگی
S_f	m^2	سطح مقطع شکستگی
Re	-	عدد رینولدز
Re_c	-	عدد رینولدز بحرانی
F_o	-	عدد فورچی میر
α	-	نسبت افت انرژی ناشی از اینرسی به کل افت انرژی
\bar{v}	m/s	سرعت متوسط جریان
D	m	طول مشخصه (معادل با دهانه شکستگی)

Research, 629-636.

[14] Thompson, M. E., & Brown, S. R. (1991). The effect of anisotropic surface roughness on flow and transport in fracture. *Journal of Geophysical Research*, 923-932.

[15] Koyama, T., Fardin, N., Jing, L., & Stephansson, O. (2006). Numerical simulation of shear-induced flow anisotropy and scale-dependent aperture and transmissivity evolution of rock fracture replicas. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 89-106.

[16] Brown, S., Stockman, H., & Reeves, S. (1995). Applicability of the Reynolds equation for modeling fluid flow between rough surfaces. *Geophys. Res. Lett.*, 2537-2540.

[17] Nicholl, M., Rajaram, J. H., Glass, R., & Detwiler, R. (1999). Saturated flow in a single fracture: Evaluation of the Reynolds equation in measured aperture field. *Water Res., Res.*, 3361-3373.

[18] Oron, A. P., & Berkowitz, B. (1998). Flow in rock fractures: the local cubic law assumption reexamined. *Water Resources Research*, 2811-2824.

[19] Ge, S. (1997). A governing equation for fluid flow in rough fractures. *Water Resour. Res.*, 53-61.

[20] Yeo, I. W., & Ge, S. (2005). Applicable range of the Reynolds equation for fluid flow in a rock fracture. *Geosciences Journal*, 347-352.

[21] Brown, S. R. (1987). Fluid flow through rock joints: the effect of surface roughness. *Journal of Geophysical Research*, 1337-1347.

[22] Moreno, L., Tsang, Y. W., Tsang, C. F., Hale, F. V., & Neretnieks, I. (1988). Flow and tracer transport in a single fracture: A stochastic model and its relation to some field observations. *Water Resources Research*, 2033-2048.

[23] Saedi, B., Ayatollahi, S., & Masihi, M. (2015). Free fall and controlled gravity drainage processes in fractured porous media: Laboratory and modelling investigation. *Can. J. Chem. Eng.*, 2286-2297.

[24] Harimi, B., Ghazanfari, M. H., & Masihi, M. (2020). Modeling of capillary pressure in horizontal rough-walled fractures in the presence of liquid bridges. *Journal of Petroleum Science*

۷. مراجع

[1] Nelson, R. (2001). *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*. United States of America: Gulf Professional Publishing.

[2] Bear, J., Tsang, C.-F., & de Marsily, G. (1993). *Flow and Contaminant Transport in Fractured Rock*. San Diego: Academic Press, Inc.

[3] Javadi, M., Sharifzadeh, M., Shahriar, K., & Mehrjooii, M. (2012). Roughness effect on velocity domain through rock fractures. *Sharif Journal of Science and Technology, Civil Engineering*, 21-28.

[4] Witherspoon, P., Wang, J., Iwai, K., & Gale, J. (1980). Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water Resour. Res.*, 1016-1024.

[5] Sarkar, S., Toksöz, M., & Burns, D. (2002). *Fluid Flow Simulation in Fractured Reservoirs*. MIT Earth Resources Laboratory.

[6] Zimmerman, R., & Bodvarsson, G. (1996). Hydraulic conductivity of rock fractures. *Transport in Porous Media*, 1-30.

[7] Neuzil, C., & Tracy, J. (1981). Flow through fractures. *Water Resource. Res.*, 191-199.

[8] Javadi, M., Sharifzadeh, M., Shahriar, K., & Mitani, Y. (2014). Critical Reynolds Number For Non-linear Flow Through Rough-walled Fractures: The Role of Shear Processes. *Water Resources Research*, 1789-1804.

[9] Wilson, C. R., & Witherspoon, P. A. (1974). Steady state flow in rigid networks of fractures. *Water Res. Res.*, 328-335.

[10] Elsworth, D., & Goodman, R. (1986). Characterization of Rock Fissure Hydraulic Conductivity Using Idealized Wall Roughness Profiles. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 233-243.

[11] Tsang, Y. W., & Tsang, C. F. (1987). Channel Model of Flow through Fractured Media. *Water Resour. Res.*, 467-479.

[12] Tsang, Y., & Witherspoon, P. (1981). Hydromechanical Behavior of a Deformable Rock Fracture Subject to Normal Stress. *J. Geophys. Res.*, 9287-9298.

[13] Renshaw, C. E. (1995). On the relationship between mechanical and hydraulic apertures in rough-walled fractures. *Journal of Geophysical*

- [35] Zou, L., Jing, L., & Cvetkovic, V. (2015). Roughness decomposition and nonlinear fluid flow in a single rock fracture. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 102–118.
- [36] Liu, R., Li, B., & Jiang, Y. (2016). Critical hydraulic gradient for nonlinear flow through rock fracture networks: The roles of aperture, surface roughness, and number of intersections. *Advances in Water Resources*, 53–65.
- [37] Javadi, M. (2018). Tree-dimensional Crude Oil Flow Simulation through Rough-walled Fractures for Evaluating the Classic Geometrical Equations. *Journal of Petroleum Geomechanics*, 1-17.
- [38] Javadi, M. (2019). Non-linear Behavior of Crude Oil Flow through Rough-walled Fractures by Three-Dimensional Navier-Stokes Numerical Simulation. *Journal of Petroleum Geomechanics*, 44-59.
- [39] Sharifzadeh, M., & Javadi, M. (2017). Groundwater and underground excavations: From theory to practice. In X.-T. Feng, *Rock Mechanics and Engineering, Volume 3: Analysis, Modelling and Design*; Editor (pp. 299-330).
- [40] Kitandis, P., & Dykaar, B. (1997). Stokes Flow in a Slowly Varying Two-Dimensional Periodic Pore. *Transport in Porous Media*, 89–98.
- [41] Bear, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. New York: Elsevier.
- and Engineering, 106642.
- [25] Koyama, T., Neretnieks, I., & Jing, L. (2008). A numerical study on differences in using Navier–Stokes and Reynolds equations for modeling the fluid flow and particle transport in single rock fractures with shear. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 1082–1101.
- [26] Brush, D., & Thomson, N. R. (2003). Fluid flow in synthetic rough-walled fractures: Navier-Stokes, Stokes, and local cubic law simulations. *Water Res. Res.*, 1085-1099.
- [27] Zimmerman, R. W., Al-Yaarubi, A. H., Pain, C. C., & Grattoni, C. A. (2004). Non-linear regimes of fluid flow in rock fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 163-169.
- [28] Nazridoust, K., Ahmadi, G., & Smith, D. H. (2006). A new friction factor correlation for laminar, single-phase flows through rock fractures. *Journal of Hydrology*, 315– 328.
- [29] Sharifzadeh, M., Javadi, M., & Shahriar, K. (2010). Evaluation of Non-linear fluid flow through rough-walled fractures. *Amirkabir Journal of Science and Technology, Civil Engineering*, 21-28.
- [30] Zhou, J.-Q., Hu, S.-H., Chen, Y.-F., Wang, M., & Zhou, C.-B. (2016). The Friction Factor in the Forchheimer Equation for Rock. *Rock Mech Rock Eng*, DOI 10.1007/s00603-016-0960-x.
- [31] Zhou, J.-Q., Hu, S.-H., Fang, S., Chen, Y.-F., & Zhou, C.-B. (2015). Nonlinear flow behavior at low Reynolds numbers through rough-walled fractures subjected to normal compressive loading. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 202–218.
- [32] Rong, G., Tan, J., Zhan, H., He, R., & Zhang, Z. (2020). Quantitative evaluation of fracture geometry influence on nonlinear flow in a single rock fracture. *Journal of Hydrology*, 125162.
- [33] Konzuk, J., & Kueper, B. (2004). Evaluation of cubic law based models describing single-phase flow through a rough-walled fracture. *WATER RESOURCES RESEARCH*, W02402.
- [34] Javadi, M., Sharifzadeh, M., & Shahriar, K. (2010). A New Geometrical Model for Non-Linear Fluid Flow through Rough Fractures. *J. Hydrol.*, 18–30.