



مقاله پژوهشی

مدل سازی حوزه زمان امواج لرزه‌ای در محیط‌های ویسکوآکوستیک با توپوگرافی نامنظم و چگالی متغیر

سعید رحمتی^{۱*}؛ تکتم زند^۲؛ علی غلامی^۳؛ حمیدرضا سیاه‌کوهی^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

۲- پژوهشگر پسادکتری، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۳- استاد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۱/۱۹ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۳/۲۴

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22107/JPG.2023.392370.1192

واژگان کلیدی	چکیده
تصویرسازی غیرمخرب مدل سازی لرزه‌ای ویسکوآکوستیک توپوگرافی تفاضل محدود	مدل سازی انتشار موج لرزه‌ای، از گام‌های کلیدی در تصویرسازی لرزه‌ای، نقش مهمی در مطالعات ژئومکانیک نفت بر مبنای تصویرسازی غیرمخرب زیرسطحی ایفا می‌کند. دقیق‌ترین روش‌های تصویرسازی غیرمخرب لرزه‌ای نیازمند مدل سازی لرزه‌ای بر اساس حل عددی معادله مشتق جزئی انتشار موج هستند. در حالت ساده‌تر، این معادله در شرایط چگالی ثابت و در محیط آکوستیک حل می‌شود. مطالعات بسیاری با هدف توسعه روش‌های مدل سازی برای وارد کردن ملاحظات شرایط واقعی انجام می‌پذیرند. یکی از این ملاحظات، که اهمیت شایانی در مطالعات ژئومکانیک در خشکی دارد، در نظر گرفتن توپوگرافی در مدل سازی است. در این پژوهش، ما از روش مرزی غوطه‌ور با هدف حل معادله انتشار موج در محیط‌های با توپوگرافی پیچیده در حوزه زمان استفاده کردیم، و این روش را برای انتشار موج در محیط ویسکوآکوستیک و در حضور چگالی متغیر توسعه دادیم. معادله انتشار موج در محیط‌های ویسکوآکوستیک، به دلیل وجود سازوکار جذب (اتلاف و پاشش)، معادله‌ای مختلط بوده که حل آن در حوزه زمان بسیار چالش برانگیز است. در این مطالعه، یکی از نوین‌ترین روش‌ها برای وارد کردن اثر جذب در انتشار موج در حوزه زمان استفاده شده است. در نهایت عملکرد روش توسعه یافته در این مطالعه، با مدل سازی انتشار موج در محیط‌های ویسکوآکوستیک با توپوگرافی پیچیده و چگالی متغیر مورد بررسی و آزمایش قرار گرفته است، که اثر کاهش دامنه در اثر جذب در محیط ویسکوآکوستیک به وضوح مشهود بوده و دامنه میدان موج ویسکوآکوستیک مدل سازی شده در محل توپوگرافی مطابق انتظار مقدار صفر دارد.

۱. پیش‌گفتار

مدل سازی انتشار موج لرزه‌ای در حوزه ژئوفیزیک به سبب ابعاد گسترده مسئله، به روش‌های تحلیلی امکان‌پذیر نیست، از این رو روش‌های حل عددی برای آن به کار گرفته می‌شوند. روش‌های عددی مرسوم در مدل سازی لرزه‌ای عبارت‌اند از روش تفاضل محدود^۱، روش شبه طیفی^۲، روش المان

محدود^۳، روش المان طیفی^۴ و روش المان هرمی^۵. روش تفاضل محدود یک روش عددی است که مشتقات تابع را با استفاده از تفاوت‌های محدود تقریب می‌زند. فضا را به شبکه‌ای مستطیلی از نقاط گسسته می‌کند و مشتقات را در هر نقطه با استفاده از مقادیر تابع در نقاط مجاور تقریب می‌زند. این روش برای پیاده‌سازی آسان و از نظر محاسباتی

^۴ Spectral Element Method

^۵ Pyramid Finite Element

^۱ Finite Difference Method

^۲ Pseudo Spectral Method

^۳ Finite Element Method

ایجاد بازتابنده‌های غیرواقعی در هنگام نسبت دادن سطح نامنظم توپوگرافی به شبکه مستطیلی می‌شود که برای جلوگیری از ایجاد این بازتابنده‌ها باید از شبکه‌های بسیار ریز استفاده کرد که این کار نیز هزینه‌ی محاسباتی را افزایش می‌دهد.

در ژئوفیزیک، با استفاده از روش تفاضل محدود، رهیافت‌های گوناگونی برای حل معادله‌ی موج توسعه یافته است [۶] و [۷] و [۸]. در مدل‌سازی انتشار موج در خشکی در حضور توپوگرافی نامنظم، استفاده از روش تفاضل محدود، برای اعمال شرایط مرزی سطح آزاد، مسئله‌ای چالش‌برانگیز است. شرایط مرزی سطح آزاد، با فرض اینکه سرعت انتشار موج در هوا در مقایسه با زمین ناچیز است، عنوان می‌کند که تنش قائم در این مرز صفر است. در این حالت، این چالش ایجاد می‌شود که اگر مدل زمین دارای توپوگرافی نامنظم توسط روش تفاضل محدود با شبکه‌ی مستطیلی شکل گسسته‌سازی شود، توپوگرافی نامنظم لزوماً روی گره‌های شبکه قرار نمی‌گیرد. بنابراین سطح آزاد باید به نزدیک‌ترین نقاط روی شبکه مستطیلی نسبت داده شود که سبب کاهش دقت در محل آن می‌شود و از آنجایی که سطح آزاد یک بازتابنده قوی است، این خطای وارد شده باعث ایجاد بازتاب‌های غیر واقعی در مدل‌سازی و بروز خطاهای عمده در فرآیندهای تصویرسازی همچون وارون‌سازی^۷ و مهاجرت^۸ خواهد شد [۹]. ساده‌ترین روش برای کاهش این خطا، افزایش گره‌های شبکه با هدف قرارگیری هرچه بیشتر نقاط توپوگرافی نامنظم بر نقاط شبکه تفاضل محدود است [۷] و [۱۰]. تحقیقات نشان داده‌اند که چشم‌پوشی از توپوگرافی به میزان بیشتر از نصف کوچک‌ترین طول موج، خطاهای عمده‌ای ایجاد می‌کند [۱۱]. این مقدار افزایش گره در شبکه باعث افزایش شدید هزینه‌ی محاسباتی می‌شود. روش دیگری که برای حل مشکل مدل‌سازی در حضور توپوگرافی نامنظم و پیچیده مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش مرز غوطه‌ور^۹ است که نخستین بار در سال ۱۹۷۲ توسط پسکین پیشنهاد شده است [۱۲]. این روش صرف نظر از اینکه توپوگرافی بر نقاط شبکه قرار می‌گیرد یا خیر، سعی در القای شرایط مرزی سطح آزاد در مدل‌سازی دارد. به این ترتیب که با در نظر گرفتن نقاطی از

کم هزینه است اما ممکن است به اندازه روش‌های دیگر دقیق نباشد، به‌ویژه هنگامی که با هندسه‌های نامنظم یا شرایط مرزی پیچیده سروکار داریم. روش المان محدود یک روش عددی است که فضا را به مجموعه‌ای از عناصر کوچک متصل در گره‌ها تفکیک می‌کند. این روش از توابع آزمایشی برای تقریب رفتار تابع مجهول در هر المان استفاده می‌کند و سیستمی از معادلات جبری را ایجاد می‌کند که می‌تواند برای بدست آوردن مقادیر هر گره حل شود. این روش انعطاف‌پذیر است و می‌تواند هندسه‌ها و شرایط مرزی پیچیده را مدیریت کند، اما از نظر محاسباتی پر هزینه است. روش المان طیفی تابع مجهول را به صورت مجموع توابع مینا، معمولاً چندجمله‌ای متعامد، نشان می‌دهد و ضرایب بسط را با تصویر کردن معادله دیفرانسیل بر روی توابع پایه محاسبه می‌کند. این روش می‌تواند با تعداد کمی از توابع پایه به دقت بالایی دست یابد. با این حال، ممکن است برای مسائل غیرخطی یا هندسه‌های پیچیده کمتر مؤثر باشد. روش شبه طیفی نوعی روش عددی است که مزایای روش‌های تفاضل محدود و المان طیفی را با استفاده از تقریب طیفی در فضا و تقریب تفاضل محدود در نزدیکی مرزها ترکیب می‌کند. این روش می‌تواند هندسه و شرایط مرزی پیچیده را مدیریت کرده و در عین حال از دقت بالایی برخوردار است. با این حال، این روش به منابع بیشتری (هزینه‌ی محاسباتی بیشتر) نسبت به هر کدام از روش‌های تفاضل محدود و المان طیفی نیاز دارد. روش المان هرمی نوعی روش عددی است که از یک المان هرمی شکل برای گسسته کردن فضا استفاده می‌کند. المان هرمی دارای یک قاعده مثلثی در صفحه افقی و یک وجه چهارضلعی در جهت عمودی است که به آن امکان می‌دهد مشکلات دوبعدی و سه‌بعدی حاصل از ایجاد گره‌های آویزان^۶ را حل کند. روش المان هرمی می‌تواند با عناصر کمتری نسبت به روش المان محدود به دقت بالایی دست یابد، اما ممکن است انعطاف‌پذیری کمتری داشته باشد و به منابع بیشتری برای پیاده‌سازی نیاز داشته باشد همچنین این روش برای توپوگرافی‌های بسیار پیچیده در سطح اتمی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش‌های تفاضل محدود و شبه طیفی هر دو از شبکه‌های مستطیلی شکل استفاده می‌کنند که باعث

^۸ Migration^۹ Immersed boundary method^۶ Hanging nodes^۷ Inversion

شبکه در بالای سطح توپوگرافی و نسبت دادن قرینه میدان موج به نقاط آینه‌ای آن‌ها زیر سطح، در محل حدفاصل که مکان توپوگرافی است، تنش صفر حاصل خواهد شد. در این پژوهش ما از این روش برای مدل‌سازی در حضور توپوگرافی نامنظم استفاده کرده‌ایم.

در حین انتشار امواج لرزه‌ای در زمین، انرژی آن‌ها به دلیل گرانروی سنگ‌های زیر سطح به تدریج به گرما تبدیل می‌شود [۱۳] و [۱۴]. براساس تحقیقات، به ویژه در حضور مایعات و گازها در ذخایر هیدروکربنی میرایی موج لرزه‌ای قوی‌تر می‌شود [۱۵] و [۱۶]. اثرهایی مثل پاشش^{۱۰} و اتلاف^{۱۱} که علاوه بر دامنه بر طیف فرکانس موج نیز تأثیر می‌گذارند، به منظور افزایش دقت باید در مدل‌سازی در نظر گرفته شوند که در غیر این صورت، بروز خطاهای بسیاری را در مدل‌سازی، و در ادامه آن در مهاجرت و وارون‌سازی سبب می‌گردند [۱۷]. وارد کردن اثر پاشش و اتلاف در معادله انتشار موج آکوستیک، اثر جذب در انتشار موج را لحاظ کرده و آن را به شرایط واقعی نزدیک‌تر می‌کند، این معادله جدید ویسکوآکوستیک نامیده می‌شود. در بیشتر روش‌های مرسوم برای اعمال اثر جذب، دو پارامتر پاشش و اتلاف به صورت جفت شده به هم هستند، که سبب بروز مشکلاتی عمدتاً در روش مهاجرت زمان معکوس می‌شود [۱۸]. روش دیگر برای اعمال اثر جذب، تخمین‌هایی را برای بخش‌های پاشش و اتلاف در حوزه‌ی فرکانس معرفی کرده که تبدیل آن‌ها به حوزه‌ی زمان و حل معادله ویسکوآکوستیک در این حوزه را امکان‌پذیر می‌کند [۱۷]. در این روش دو پارامتر پاشش و اتلاف به صورت جدا از هم اثر می‌کنند. در این پژوهش، روش مذکور برای حل معادله‌ی انتشار موج ویسکوآکوستیک در ترکیب با روش مرز غوطه‌ور به منظور مدل‌سازی در محیطی با توپوگرافی نامنظم، چگالی متغیر و تحت تأثیر سازوکار جذب توسعه یافته است. در ادامه ابتدا روش‌های مرزی غوطه‌ور و مدل‌سازی ویسکوآکوستیک مذکور معرفی می‌شوند و در نهایت عملکرد ترکیب این دو رهیافت در یک مثال واقعی به منظور توسعه روشی برای مدل‌سازی انتشار موج در حوزه زمان در محیط ویسکوآکوستیک در حضور توپوگرافی پیچیده و با چگالی متغیر مورد بررسی قرار گرفته است.

۲. روش کار

۲.۱. مدل‌سازی انتشار موج در محیط با توپوگرافی نامنظم

در روش مرز غوطه‌ور هدف القای اثر شرایط مرزی سطح آزاد، تنش قائم صفر در مرز، در مدل‌سازی با شبکه مستطیلی تفاضل محدود است. در این روش نیاز به افزایش نقاط شبکه برای مدل‌سازی توپوگرافی نامنظم نیست و مزیت آن امکان استفاده از شبکه‌بندی با فاصله بیشتر بین گره‌ها برای گسسته‌سازی فضای مدل است، که سبب سرعت بیشتر در فرآیند مدل‌سازی و کاهش هزینه‌ی محاسباتی و حافظه مورد نیاز می‌شود. در این روش، شرایط مرزی سطح آزاد، با نسبت دادن میدان موج به پاره‌ای از گره‌های شبکه (عمدتاً به تعداد نصف درجه‌ی دقت روش تفاضل محدود) در بالای سطح توپوگرافی برآورده می‌شود (شکل ۱). به این گره‌ها که نقاط شبیح^{۱۲} نامیده می‌شوند، میدان موجی نسبت داده می‌شود که برابر و خلاف علامت با میدان موج در نقاط آینه‌ای متناظرشان نسبت به مرز است. به این ترتیب تنش قائم (متناسب با مشتق میدان جابه‌جایی) در نقاط میانی که روی مرز هستند، صفر می‌شود. مطابق شکل ۱، اگر از نقاط شبیح بر سطح آزاد توپوگرافی خطی عمود شود و به اندازه طول این خط از سطح به زیر آن ادامه داده شود، نقاط جدیدی زیر سطح بدست می‌آیند که نقاط آینه‌ای^{۱۳} نامیده می‌شوند. این‌ها همان نقاطی هستند که قرینه میدان موج در محل آن‌ها به نقاط شبیح نسبت داده می‌شود. چالش اصلی این روش، تعیین مقدار میدان موج در نقاط آینه‌ای است که لزوماً روی نقاط شبکه قرار نمی‌گیرند و معمولاً از روش‌های درون‌یابی برای محاسبه‌ی آن‌ها استفاده می‌گردد و هرچه روش درون‌یابی دقیق‌تر باشد، روش مرز غوطه‌ور عملکرد بهتری خواهد داشت. در ادامه روش درون‌یابی که در این پژوهش از آن استفاده شده است را توضیح خواهیم داد.

۲.۱.۱. روش درون‌یابی تقارنی تکراری با استفاده از

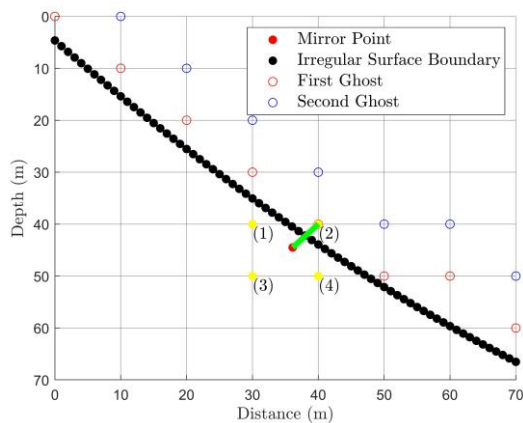
^{۱۲} Ghost point

^{۱۳} Mirror point

^{۱۰} Dispersion

^{۱۱} Dissipation

یک مدل گوسی با تابع $y(x) = 605 - 300e^{\left(\frac{x-1250}{200}\right)^2}$ استفاده می‌کنیم که در آن x نمایانگر فاصله‌ی افقی و $y(x)$ نمایانگر عمق می‌باشد. این مدل با شبکه‌ای ۲۵۰ در ۲۵۰ با فاصله گره ۱۰ متر، گسسته‌سازی شده است. از موجک ریگر با فرکانس مرکزی ۲۵ هرتز به عنوان چشمه‌ی لرزه‌ای در عمق ۶۱۰ متری و در مرکز مدل استفاده شده است. به تعداد ۲۵۰ گیرنده در عمق ۶۱۰ متری و به فاصله‌ی ۱۰ متر از یکدیگر قرار داده شده‌اند. در شکل ۲ مدل توپوگرافی گوسی و در شکل ۳ قرارگیری نقاط شبیح و آینه‌ای نمایش داده شده است. در کران‌های چپ، راست و پایین مدل، لایه‌ی جاذب PML (Perfectly Match Layer) قرار داده شده است.



شکل ۱. نقاط شبیح اول و دوم به ترتیب با دایره‌های تو خالی قرمز و آبی و یکی از نقاط آینه‌ای با دایره‌ی توپر قرمز مشخص شده است. خط سبز کمترین فاصله‌ی نقطه‌ی شبیح و آینه‌ای متناظر آن را، از هم نشان می‌دهد. نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ که با دایره زرد مشخص شده‌اند، نقاط شرکت‌کننده در درون‌یابی نقطه آینه‌ای قرمز توپر هستند.

باریسنتریک لاگرانژ

در این روش ابتدا مقدار میدان موج در تمام نقاط شبکه از جمله در نقاط شبیح، صفر در نظر گرفته می‌شود، سپس معادله انتشار موج آکوستیک در محیط همگن، همسانگرد و با چگالی متغیر که در حوزه زمان با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{\rho(x)v(x)^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(x)} \nabla u(x,t) \right) = f(x_s, t) \quad (1)$$

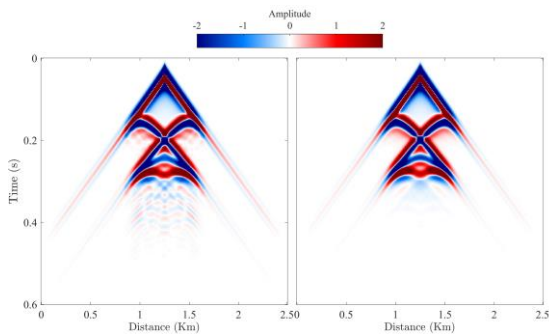
به کمک روش حل عددی تفاضل محدود برای تمام گره‌ها، برای یک گام زمانی حل می‌شود.

در معادله (۱)، $u(x,t)$ جبهه موج فشاری، $\rho(x)$ چگالی، $v(x)$ سرعت انتشار موج هستند. همچنین $f(x_s, t)$ تابع چشمه بر حسب زمان است. در این رابطه و در ادامه x پارامتر مکان و x_s مکان چشمه هستند. حال با استفاده از ۴ نقطه اطراف هر نقطه‌ی آینه‌ای و با استفاده از روش درون‌یابی باریسنتریک لاگرانژ^{۱۴} [۱۹]، مقدار میدان موج در نقاط آینه‌ای تعیین می‌شود. برای نمونه در شکل ۱، میدان موج در نقطه‌ی آینه‌ای (قرمز توپر) به کمک نقاط ۴ و ۳، ۲، ۱ (زرد توپر) و با استفاده از رابطه‌ی باریسنتریک لاگرانژ تعیین می‌شود. نکته‌ی قابل توجه این است که نقطه‌ی ۲ در این نمونه جزو نقاط شبیح است و مقدار آن در ابتدا برابر با صفر است. از این‌رو برای افزایش دقت به روش تقارنی تکراری^{۱۵} [۲۰] درون‌یابی چندین مرحله تکرار می‌شود. از آنجایی که برای القای شرایط مرزی سطح آزاد مقدار میدان موج نقاط شبیح و آینه‌ای متناظر باید قرینه‌ی یکدیگر باشند پس در هر تکرار، قرینه میدان موج بدست آمده در تمام نقاط آینه‌ای را به نقاط شبیح متناظر با آن‌ها (نقطه ۲ در شکل ۱ متناظر با نقطه شبیح قرمز توپر است) نسبت داده و درون‌یابی تکرار می‌شود. تحقیقات نشان می‌دهند که با ۲۰ تکرار، مقدار میدان موج در نقاط آینه‌ای به مقدار دقیق همگرا می‌شود که قرینه آن به نقاط شبیح متناظر در بالای سطح توپوگرافی نسبت داده شده است. در نهایت، در هر گام زمانی مدل‌سازی به روش تفاضل محدود، نقاط شبیح نیز در محاسبات تفاضل محدود شرکت کرده و شرایط مرزی سطح آزاد را القا خواهند کرد.

به منظور اثبات دقت بالای این روش در حالت آکوستیک از

^{۱۵} Iterative symmetric interpolation

^{۱۴} Barycentric Lagrange



شکل ۴. داده‌ی مصنوعی تولید شده به دو روش مدل سازی تفاضل محدود عادی (چپ) و با استفاده از روش مرز غوطه‌ور (راست).

۲.۲. اعمال پارامتر جذب و پیاده‌سازی در محیط

ویسکواکوستیک

در مدل سازی ویسکواکوستیک، معادله‌ی موج دارای سرعت مختلط است. حل چنین معادله‌ای در حوزه زمان بسیار چالش برانگیز است. بدین منظور عمدتاً مدل سازی انتشار موج ویسکواکوستیک در حوزه‌ی فرکانس صورت می‌گیرد. در این پژوهش ما از روشی جدید که توسط ینگ و همکارانش [۱۷] برای تبدیل معادله موج ویسکواکوستیک از حوزه فرکانس به حوزه زمان ارائه شده استفاده کرده‌ایم، که در ادامه آن را توضیح می‌دهیم. استفاده از این روش، امکان اعمال اثر جذب در حل معادله انتشار موج در حضور توپوگرافی نامنظم را، که در بخش پیشین معرفی شد، ایجاد خواهد کرد.

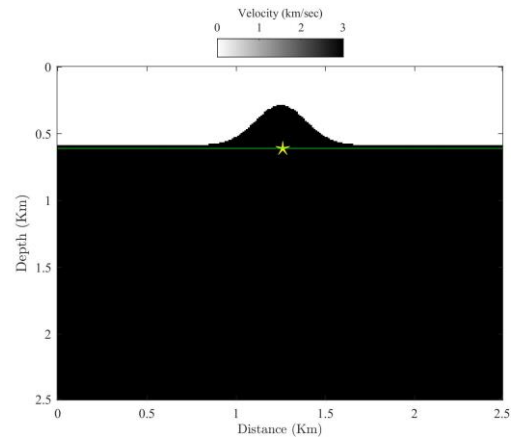
معادله‌ی موج آکوستیک در محیط همگن، همسانگرد و با چگالی متغیر در حوزه‌ی زمان (رابطه‌ی ۱) با اعمال تبدیل فوریه، در حوزه‌ی فرکانس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$-\frac{\omega^2}{\rho(x)v^2(x)}u(x, \omega) - \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho(x)} \nabla u(x, \omega) \right] = f(x_s, \omega) \quad (2)$$

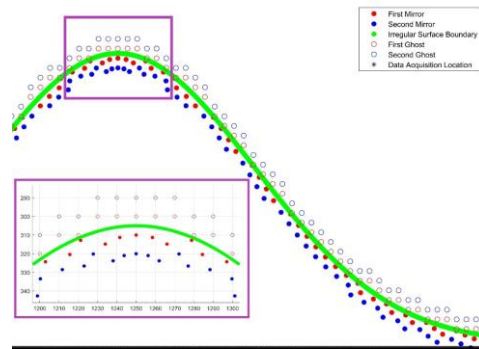
که در آن $u(x, \omega)$ جبهه موج فشاری در حوزه‌ی فرکانس، ω فرکانس زاویه‌ای و $f(x_s, \omega)$ طیف فرکانس چشمه است در حوزه‌ی فرکانس، سازوکار جذب خود را در قالب سرعت مختلط و وابسته به فرکانس نشان می‌دهند [۲۱]:

$$v(x, \omega) = v_0(x) \left(1 + \frac{1}{\pi Q(x)} \ln \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{i \operatorname{sgn}(\omega)}{2Q(x)} \right) \quad (3)$$

که در آن ω_0 فرکانس زاویه‌ای مرجع، v_0 سرعت مرجع در



شکل ۲. مدل توپوگرافی گوسی گسسته‌سازی شده با شبکه مستطیلی با فاصله ۱۰ متر و مکان چشمه با ستاره و مکان گیرنده‌ها با خط سبز نشان داده شده‌اند.



شکل ۳. جانمایی نقاط شبیح (دایره‌های توخالی قرمز و آبی) و آینه‌های (دایره‌های توپر قرمز و آبی)

نتایج بدست آمده از این روش در مقایسه با روش مدل سازی تفاضل محدود عادی با شبکه‌های گسسته‌سازی یکسان در شکل ۴ قابل مشاهده است. در مدل سازی عادی نقاط روی توپوگرافی به نزدیک‌ترین نقطه روی شبکه مستطیلی نسبت داده می‌شوند. این رویه همان‌طور که در شکل ۴ سمت چپ مشخص است بازتاب‌هایی مصنوعی و ناخواسته را در مدل، به ویژه در مرکز آن یعنی فاصله‌ی ۱۲۵۰ متری و از زمان ۰٫۳ تا ۰٫۴۵ ثانیه، به جای می‌گذارد. درحالی‌که در شکل ۴ سمت راست که از روش مرز غوطه‌ور استفاده شده است این بازتاب‌ها دیده نمی‌شود و این نشان از افزایش دقت مدل سازی توسط این روش است.

ویسکواکوستیک در حوزه زمان بدست می‌آید:

$$\frac{1}{\rho(x)v_0^2(x)} \times \left[C_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - iC_2 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + C_3 u(x,t) \right] - C_4 \sqrt{-\nabla^2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho(x)} \nabla u(x,t) \right] = f(x_s, t) \delta(x - x_s) \quad (7)$$

که در آن ضرایب C_1, C_2, C_3, C_4 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_1 = \left(1 - \frac{2a}{\pi Q(x)} \right), \quad C_2 = \frac{2b}{\pi Q(x)} \quad (8)$$

$$C_3 = \frac{2c}{\pi Q(x)}, \quad C_4 = \frac{1}{\rho(x)v_0(x)Q(x)}$$

که a, b و c ضرایب رابطه‌ی (۵) هستند. رابطه (۷) یک معادله‌ی مختلط است و بخش‌های حقیقی و موهومی آن در طول زمان انتشار موج به هم جفت شده‌اند. یکی از ویژگی‌های کاربردی این روش این است که، در معادله‌ی (۷) برخلاف دیگر روش‌ها مانند روش GSLS^{۱۶}، بخش‌های اتلاف و پاشش از همدیگر جدا هستند و امکان مدل‌سازی جداگانه آن‌ها در محیط ویسکواکوستیک فراهم است (دقت خوب این روش در مقایسه با روش GSLS در شکل ۱۱ مرجع [۱۷] آمده است). در این رابطه، عبارت $\sqrt{-\nabla^2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ که شامل یک اپراتور شبه دیفرانسیلی است را می‌توان به کمک دو تبدیل فوریه‌ی مستقیم و معکوس نسبت به مکان به صورت زیر محاسبه نمود [۲۳]:

$$q(x, t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ i|k| \mathcal{F} \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right] \right\} \quad (9)$$

که در آن k عدد موج است و \mathcal{F} و \mathcal{F}^{-1} به ترتیب تبدیل فوریه و تبدیل معکوس آن هستند.

در این پژوهش، ما انتشار موج در محیط ویسکواکوستیک (رابطه ۷) را در حضور توپوگرافی نامنظم و پیچیده، به روش مرز غوطه‌ور مدل‌سازی کردیم. روش مرز غوطه‌ور پیش‌تر برای انتشار موج در محیط آکوستیک در محیطی با چگالی ثابت ارائه شده بود، که در اینجا برای مدل‌سازی در شرایط چگالی متغیر و در محیط ویسکواکوستیک گسترش داده شده است. سایر مزایای روش ارائه شده، عدم جفت‌شدگی مؤلفه‌های

فرکانس ω_0 ، Q ضریب کیفیت (وارون ضریب جذب)، sgn نشانگر تابع علامت و $i = \sqrt{-1}$ است. در این رابطه، عبارت $\frac{isgn(\omega)}{2Q(x)}$ نماینده‌ی اتلاف و عبارت $\frac{1}{\pi Q(x)} \ln \frac{\omega}{\omega_0}$ نماینده‌ی پاشش فاز است. با جایگزینی رابطه‌ی (۳) در معادله‌ی موج آکوستیک در حوزه‌ی فرکانس (رابطه‌ی ۲) و استفاده از بسط تیلور و با صرف نظر از مراتب بالای مربوط به Q در بسط، رابطه‌ی (۴) بدست می‌آید:

$$-\frac{\omega^2}{\rho(x)v_0^2(x)} \times \left[1 - \frac{2}{\pi Q(x)} \ln \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{isgn(\omega)}{Q(x)} \right] u(x, \omega) - \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho(x)} \nabla u(x, \omega) \right] = f(x_s, \omega) \quad (4)$$

انجام تبدیل فوریه‌ی معکوس از رابطه‌ی (۴) به دلیل وجود لگاریتم در بخش پاشش و تابع علامت در بخش اتلاف، به منظور تبدیل آن از حوزه‌ی فرکانس به حوزه‌ی زمان بسیار پیچیده است. برای حل این چالش، در بخش پاشش، لگاریتم با یک چندجمله‌ای درجه دو تخمین زده می‌شود:

$$\omega^2 \ln \frac{\omega}{\omega_0} \approx a\omega^2 + b\omega + c \quad (5)$$

که در آن a, b و c ضرایب چندجمله‌ای هستند که به روش حداقل مربعات تقریب زده می‌شوند. محاسبات خطای این تقریب (که در شکل شماره‌ی ۲ مرجع [۱۷] آمده است) نشان می‌دهد که حتی اگر مقدار ضریب کیفیت تا $Q=5$ کاهش یابد، هنوز این تخمین از دقت مناسبی برخوردار است.

تابع علامت در عبارت مرتبط با اتلاف در معادله‌ی (۴) با کمک تخمین عدد موج مختلط به صورت $k \approx \omega/v_0$ و بیان عدد موج $|k| \leftrightarrow \sqrt{-\nabla^2}$ به صورت زیر در حوزه‌ی فرکانس تعریف می‌شود [۲۲] و [۲۳]:

$$sgn(\omega) = \frac{|\omega|}{\omega} \approx \frac{\sqrt{-\nabla^2} v_0(x)}{\omega} \quad (6)$$

که در آن $\sqrt{-\nabla^2}$ اپراتور شبه دیفرانسیلی است. تخمین‌های قبلی، امکان تبدیل معادله ویسکواکوستیک از حوزه‌ی فرکانس به حوزه‌ی زمان را آسان می‌کنند. به این ترتیب با استفاده از تبدیل فوریه‌ی معکوس رابطه زیر برای معادله موج

¹⁶ Generalized Standard Linear Solid

در ۳ کران مدل به جز بالای آن (که سطح آزاد می‌باشد)، شرایط مرزی لایه کاملاً جور شده اعمال شده است. انتشار موج در دو حالت آکوستیک و ویسکواکوستیک را در این مدل به روش ارائه شده در این پژوهش، مدل سازی کردیم. فاصله گره‌های شبکه تفاضل محدود در دو جهت افقی و عمودی ۱۰ متر است.

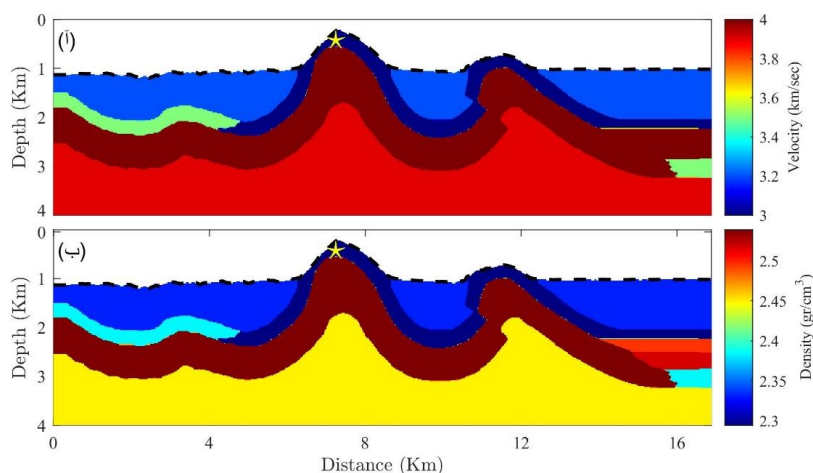
با استفاده از روش مرز غوطه‌ور، ابتدا انتشار موج در محیط آکوستیک را به مدت ۵ ثانیه و با فرکانس نمونه برداری ۱۰۰۰ هرتز مدل سازی کردیم. جبهه موج در شکل (۶) در دو گام زمانی ۱ و ۳ ثانیه نشان داده شده است. با توجه به این شکل ملاحظه می‌شود که شرایط مرزی سطح آزاد به خوبی القا شده و میدان موج مدل سازی شده، که در مرز توپوگرافی بسیار پیچیده و نامنظم این مثال صفر شده و بالاتر از مرز موج منتشر نشده و نشت هم نکرده است. داده‌ی مصنوعی ثبت شده با نمونه برداری از میدان سرعت جابه جایی ذرات در شکل (۸.۱) آورده شد و فاقد هرگونه پردازش ماند^{۱۷} ناشی از بازتاب از لبه‌های تیز و شیب‌های تند توپوگرافی است.

پاشش و اتلاف است که امکان مدل سازی هم‌زمان و مجزا آن‌ها را فراهم می‌آورد. همچنین توپوگرافی‌های پیچیده را بدون نیاز به افزایش گره‌های شبکه تفاضل محدود که بار محاسباتی و حافظه مورد نیاز بیشتری می‌طلبد، در مدل سازی وارد می‌کند. عملکرد روش ارائه شده در بخش بعد توسط یک مثال برگرفته از مدل حقیقی بررسی می‌شود.

۳. مثال عددی

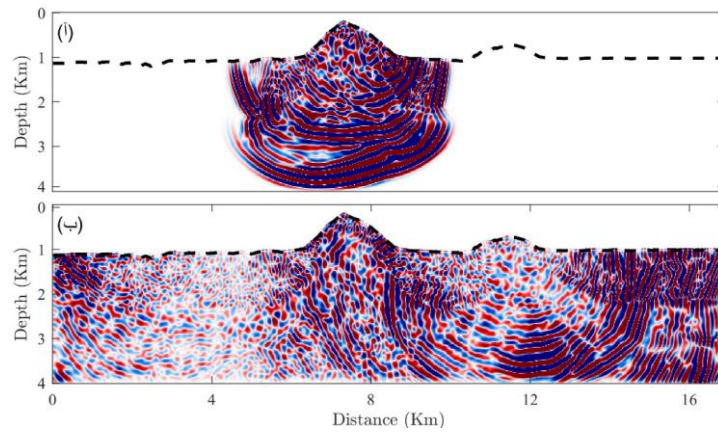
مدل سرعت برگرفته از زمین شناسی منطقه دشت کوه

در اینجا از مدل سرعتی مرتبطی با منطقه دشت کوه که دارای توپوگرافی نامنظم و پیچیده‌ای است، استفاده کرده‌ایم. به منظور مدل سازی انتشار موج، از موجک گوسی با فرکانس غالب ۱۷ هرتز به عنوان چشمه استفاده کردیم. این چشمه در عمق ۴۲۰ متری و دورافت ۷۰۰۰ متری قرار داده شده است و گیرنده‌ها بر روی سطح توپوگرافی به فاصله ۱۰ متری از هم چیده شده‌اند. در شکل (۵) مدل سرعت موج تراکمی (آ) و مدل چگالی دشت کوه (ب) نمایش داده شده‌اند. در این مثال

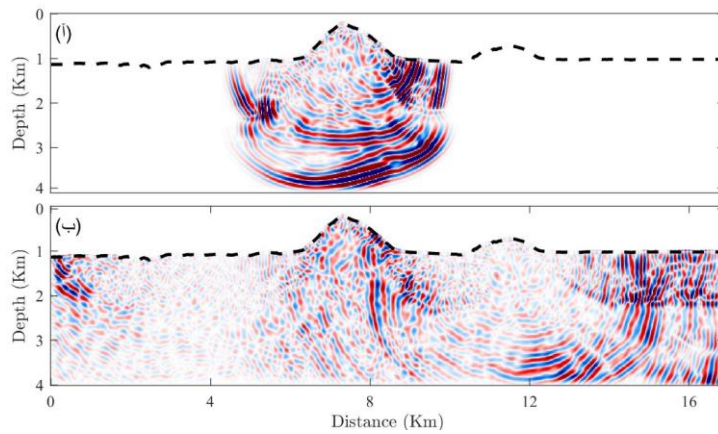


شکل ۵. مدل سرعت (آ) و مدل چگالی (ب) دشت کوه. ستاره زرد رنگ مکان چشمه و خط چین سیاه سطح توپوگرافی را نشان می‌دهد.

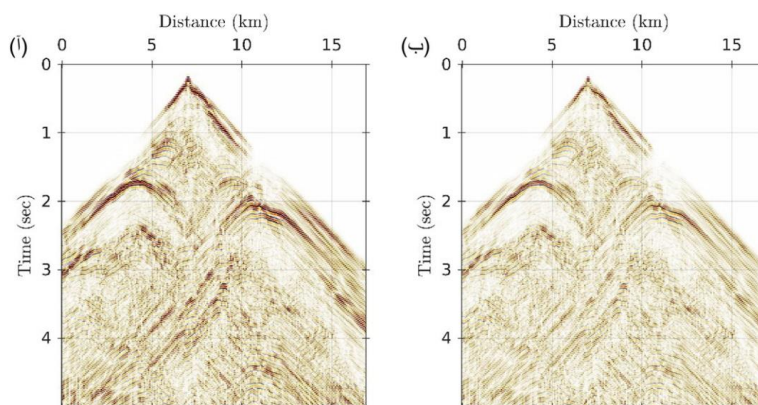
^{۱۷} Artifact



شکل ۶. جبهه موج آکوستیک پس از گذشت ۱ ثانیه از شروع انتشار موج (آ) و پس از گذشت ۳ ثانیه (ب).



شکل ۷. جبهه موج ویسکوآکوستیک پس از گذشت ۱ ثانیه از شروع انتشار موج (آ) و پس از گذشت ۳ ثانیه (ب).



شکل ۸. داده مصنوعی بدست آمده از انتشار موج آکوستیک (آ) و ویسکوآکوستیک (ب) در مدل سرعت دشت کوه. این داده از نمونه برداری سرعت جابه جایی ذرات در مکان گیرنده‌ها حاصل گشته است.

simple finite-difference scheme for handling topography with the first-order wave equation. *Geophysical Journal International*, 210(1), 482-499.

[2] Kosloff, D. D., & Baysal, E. (1982). Forward modeling by a Fourier method. *Geophysics*, 47(10), 1402-1412.

[3] Marfurt, K. J. (1984). Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *Geophysics*, 49(5), 533-549.

[4] Kelly, K. R., Ward, R. W., Treitel, S., & Alford, R. M. (1976). Synthetic seismograms: A finite-difference approach. *Geophysics*, 41(1), 2-27.

[5] O'Malley, B., Kópházi, J., Eaton, M. D., Badalassi, V., Warner, P., & Copestake, A. (2018). Pyramid finite elements for discontinuous and continuous discretizations of the neutron diffusion equation with applications to reactor physics. *Progress in Nuclear Energy*, 105, 175-184.

[6] Alford, R. M., Kelly, K. R., & Boore, D. M. (1974). Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics*, 39(6), 834-842.

[7] Liu, Y., & Sen, M. K. (2009). An implicit staggered-grid finite-difference method for seismic modelling. *Geophysical Journal International*, 179(1), 459-474.

[8] Mattsson, K., & Nordström, J. (2006). High order finite difference methods for wave propagation in discontinuous media. *Journal of Computational Physics*, 220(1), 249-269.

[9] Lombard, B., & Piraux, J. (2004). Numerical treatment of two-dimensional interfaces for acoustic and elastic waves. *Journal of Computational Physics*, 195(1), 90-116.

[10] Muir, F., Dellinger, J., Etgen, J., & Nichols, D. (1992). Modeling elastic fields across irregular boundaries. *Geophysics*, 57(9), 1189-1193.

[11] Zahradník, J. Í., Moczo, P., & Hron, F. E. (1993). Testing four elastic finite-difference schemes for behavior at discontinuities. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 83(1), 107-129.

[12] Peskin, C. S. (1972). Flow patterns around heart valves: a numerical method. *Journal of computational physics*, 10(2), 252-271.

[13] Walcott, R. I. (1970). Flexural rigidity, thickness, and viscosity of the lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, 75(20), 3941-3954.

در ادامه از روش معرفی شده در این پژوهش برای انتشار موج ویسکواکوستیک در ترکیب با به کارگیری روش مرز غوطه‌ور برای القای شرایط مرزی سطح آزاد در توپوگرافی پیچیده و نامنظم مدل دشت کوه استفاده کردیم. در این مثال، فاکتور کیفیت (معکوس ضریب جذب)، به صورت ثابت در همه مدل برابر با $Q=50$ در نظر گرفته شده است ولی این از عمومیت این روش در شرایط جذب متغیر کم نمی‌کند و برای مدل‌های با جذب متغیر نیز روش کار یکسان است. شکل (۷) میدان موج ویسکواکوستیک منتشر شده در مدل دشت کوه را در دو گام زمانی ۱ و ۳ ثانیه مشابه با مثال موج آکوستیک نمایش می‌دهد. از مقایسه دو شکل (۶) و (۷)، به ترتیب انتشار موج آکوستیک و ویسکواکوستیک، اثر کاهش دامنه در زمان یکسان در اثر جذب به وضوح مشهود است (دامنه رنگ دو شکل یکسان است). همچنین در این مثال نیز همان‌طور که در شکل (۷) به وضوح دیده می‌شود، میدان موج ویسکواکوستیک مدل‌سازی شده در محل توپوگرافی مقدار صفر دارد. داده‌ی مصنوعی ثبت شده با نمونه‌برداری از میدان سرعت جابه‌جایی ذرات در انتشار موج ویسکواکوستیک در شکل (۸ب) نمایش داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، دامنه داده ویسکواکوستیک با زمان در اثر جذب کاهش بیشتری یافته است.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، روشی نوین با سرعت اجرا بالا و حافظه مورد نیاز مناسب نسبت به حالت معمول با شبکه‌بندی یکسان، برای حل معادله‌ی موج ویسکواکوستیک در حوزه‌ی زمان، برای استفاده در شرایطی که توپوگرافی نامنظم و پیچیده است، توسعه داده شد. برای اعمال شرایط مرزی سطح آزاد نیز از روش مرز غوطه‌ور استفاده شده است. در نهایت با استفاده از یک مثال عددی، عملکرد موفق مدل‌سازی به روش پیشنهاد شده را در محیط آکوستیک و ویسکواکوستیک نشان دادیم. در لرزه‌نگاشت مصنوعی محیط ویسکواکوستیک اثر کاهش دامنه در اثر جذب به وضوح مشهود بوده و دامنه میدان موج ویسکواکوستیک مدل‌سازی شده در محل توپوگرافی مقدار صفر دارد.

۵. مراجع

[1] Mulder, W. A., & Huiskes, M. J. (2017). A

- [14] Müller, T. M., Gurevich, B., & Lebedev, M. (2010). Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks—A review. *Geophysics*, 75(5), 75A147-75A164.
- [15] White, J. E. (1975). Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation. *Geophysics*, 40(2), 224-232.
- [16] Dvorkin, J. P., & Mavko, G. (2006). Modeling attenuation in reservoir and nonreservoir rock. *The Leading Edge*, 25(2), 194-197.
- [17] Yang, J., & Zhu, H. (2018). A time-domain complex-valued wave equation for modelling visco-acoustic wave propagation. *Geophysical journal international*, 215(2), 1064-1079.
- [18] Zhu, T., Harris, J. M., & Biondi, B. (2014). Q-compensated reverse-time migration. *Geophysics*, 79(3), S77-S87.
- [19] Berrut, J. P., & Trefethen, L. N. (2004). Barycentric lagrange interpolation. *SIAM review*, 46(3), 501-517.
- [20] Li, X., Yao, G., Niu, F., & Wu, D. (2020). An immersed boundary method with iterative symmetric interpolation for irregular surface topography in seismic wavefield modelling. *Journal of Geophysics and Engineering*, 17(4), 643
- [21] Aki, K., & Richards, P. G. (1980). *Quantative seismology: Theory and methods*. Quantative Seismology: Theory and Methods. by K. Aki and PG Richards. San Francisco: Freeman
- [22] Zhu, T., & Harris, J. M. (2014). Modeling acoustic wave propagation in heterogeneous attenuating media using decoupled fractional Laplacians. *Geophysics*, 79(3), T105-T116.
- [23] Carcione, J. M. (2010). A generalization of the Fourier pseudospectral method. *Geophysics*, 75(6), A53-A56