نشریه علمی ژئومکانیک نفت

JOURNAL OF PETROLEUM GEOMECHANICS

(JPG)

مقاله پژوهشی

مدل‌سازی عددی رشد ترک چسبنده و تماس نرمال در محیط‌های متخلخل به روش بدون المان گالرکین غنی‌سازی شده

محمدعلی ایرانمنش[1*]؛ فاطمه کامیاب[2]

۱- استادیار؛ دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- کارشناسی ارشد مهندسی عمران؛ دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۳۰ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۰۴

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22107/JPG.2023.408130.1202

واژگان کلیدی

ترک چسبنده
تماس نرمال
مدل‌سازی عددی
محیط متخلخل
روش بدون المان گالرکین
غنی‌سازی خارجی

چکیده

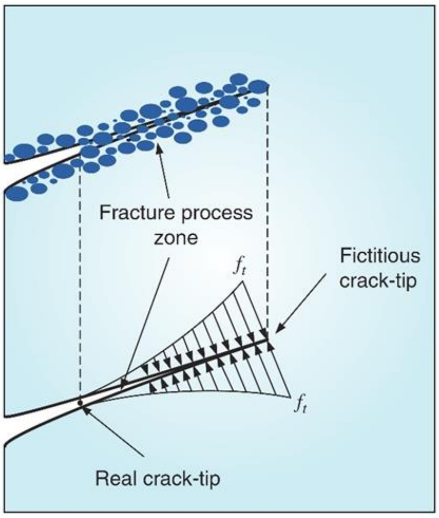
در این تحقیق به مدل‌سازی عددی گسترش ترک چسبنده و نیز مدل‌سازی مسئله تماس نرمال در محیط‌های متخلخل به روش بدون المان گالرکین غنی‌سازی شده پرداخته شده است. برای ارضای شرایط مرزی در این روش عددی از روش پنالتی بهره گرفته شده است. مدل‌سازی ناپیوستگی قوی در میدان تغییرشکل با بهره‌گیری از خاصیت افراز واحد توابع شکل به کار رفته در روش بدون المان گالرکین، به وسیله غنی‌سازی خارجی توسط تابع هویساید انجام شده است. رفتار رشد و بازشدگی ترک در مود اول که تحت تنش‌های کششی اتفاق می‌افتد و نیز رفتار فشاری در لبه‌های یک ترک بسته تحت فشار در یک رویکرد واحد به ترتیب توسط تئوری ترک چسبنده و نیز تماس نرمال به روش پنالتی به برنامه کامپیوتری که پیش از این برای مدل‌سازی محیط‌های متخلخل تهیه شده بود، اضافه شده است. دستگاه معادلات غیرخطی حاصل نیز به روش نیوتن رافسون خطی‌سازی و حل شده است. نتایج حاصل در حل مسائل ایجاد و گسترش ترک کششی و نیز ترک‌های تحت فشار (تماس دو لبه ترک) از صحت فرمول‌بندی عددی و برنامه کامپیوتری تهیه شده حکایت دارد. با گسترش مدل عددی تهیه شده، امکان مدل‌سازی مسائل رشد ترک در محیط‌های متخلخل در حضور سیالات همچون شکست هیدرولیکی فراهم خواهد شد.

۱. پیش‌گفتار

مکانیک شکست الاستیک خطی (*Linear elastic fracture mechanics*) جهت مدل‌سازی رشد ترک زمانی قابل کاربرد است که ناحیه غیرخطی در نوک ترک در مقایسه با طول ترک قابل صرف نظرکردن باشد. در این مسائل میدان تنش در نوک ترک دارای تکینگی (*Singularity*) شدیدی است، به‌طوری‌که به لحاظ تئوری مقدار تنش در نوک ترک به بی‌نهایت میل می‌کند. این موضوع برای مصالح نیمه ترد (*Quasi-brittle materials*) مانند سنگ و خاک صدق نمی‌کند. در این مصالح اندازه ناحیه غیرخطی در نوک ترک به دلیل پلاستیک شدن مصالح و ایجاد ریزترک‌ها، در مقایسه با سایر ابعاد ترک قابل صرف نظرکردن نیست و تنش در نوک ترک به میزان مشخصی محدود می‌شود [1]. بر این اساس *بارنبلات* [2] مدل ترک چسبنده را به عنوان جایگزینی برای مکانیک شکست الاستیک خطی در مدل‌سازی رشد ترک در مصالح نیمه ترد مطرح نمود. در این مدل، رفتار غیرخطی در ناحیه نوک ترک وارد محاسبات شده و تکینگی میدان تنش در نوک ترک که یک فرض غیرواقعی در مکانیک شکست الاستیک خطی است، اصلاح می‌شود. ناحیه‌ای در جلوی نوک ترک که رفتار غیرخطی و پلاستیک نوک ترک را در مصالح نیمه ترد نشان می‌دهد، ناحیه فرایند شکست (*Fracture*

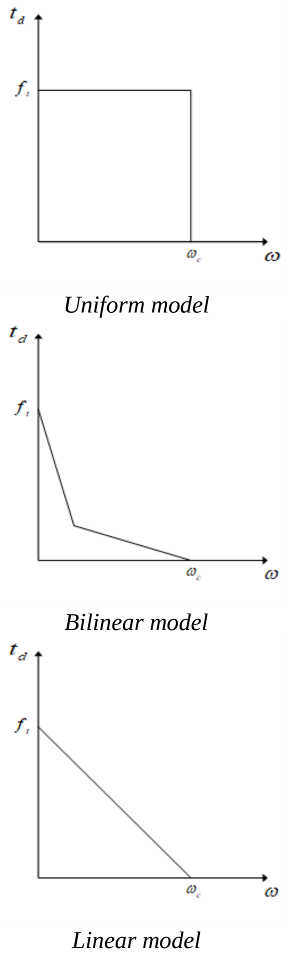
* دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تلفن ۸۸۲۰۱۴۳۰ داخلی ۲۸۲، *Iranmanesh@kntu.ac.ir*

(*process zone*) نامیده‌اند. در این ناحیه، هرچند مصالح آسیب‌دیده است، اما هنوز قادر به انتقال تنش است. مطابق شکل ۱، نقطه‌ای که ناحیه بدون تنش را از ناحیه فرایند شکست جدا می‌کند، نوک حقیقی یا نوک فیزیکی ترک و نقطه‌ای که ناحیه فرایند شکست را از مصالح ترک نخورده جدا می‌کند، نوک مجازی (*Fictitious crack tip*) یا نوک ریاضی ترک نامیده می‌شود. رفتار غیرخطی ماده در مدل ترک چسبنده با اعمال نیروهای چسبندگی به لبه‌های ترک در طول ناحیه فرایند شکست مدل‌سازی می‌شود. این نیروها بیانگر چسبندگی و پیوستگی بین مصالح آسیب‌دیده در ناحیه فرایند شکست است که هنوز جدایی بین آن‌ها کاملا اتفاق نیفتاده و قادر به انتقال تنش هستند. میزان این نیروها توسط رابطه چسبندگی که نیروهای اعمالی به لبه‌های ترک را به میزان بازشدگی آن مربوط می‌کند تعیین می‌شود. براساس مدل ترک چسبنده، در ناحیه فرایند شکست، نیروهای چسبندگی تابعی از بازشدگی و به عبارت دیگر، پرش در جابجایی (*Displacement jump*) هستند. حداکثر این نیرو در نوک مجازی ترک که بازشدگی صفر است اتفاق می‌افتد و برابر با حداکثر تنش کششی قابل تحمل مصالح است. همچنین مقدار نیروهای چسبندگی در محل نوک حقیقی به صفر می‌رسد.



شکل ۱. ناحیه فرایند شکست [1]

شکل ۲ انواع روابط رفتاری ترک چسبنده را بر مبنای رابطه بین نیروهای چسبندگی و بازشدگی ترک نشان می‌دهد. به این روابط رفتاری، روابط تنش سطحی-بازشدگی (*Traction-separation relations*) نیز اطلاق می‌شود. پارامترهای f_t و ω_c نشان داده شده در شکل ۲ به ترتیب بیانگر مقاومت کششی مصالح و بازشدگی بحرانی هستند. همچنین سطح زیر منحنی تنش سطحی-بازشدگی بیانگر یکی از مشخصات مصالح در این مدل است که انرژی شکست G_f نام دارد. مفهوم ترک چسبنده اولین بار توسط *بارنبلات* [2] برای توصیف فرایندهای غیرخطی در نواحی نزدیک نوک ترک در مصالح ترد مطرح شد. بعدها محققین متعددی از مدل ارائه شده توسط ایشان استفاده کردند. به عنوان مثال *هیلربرگ و همکاران* [3] از مفهوم ترک چسبنده در مدل‌سازی رشد ترک در بتن بهره بردند.



شکل ۲. انواع روابط رفتاری ترک چسبنده

تاکنون از مفهوم ترک چسبنده در مدل‌سازی رشد ترک به روش‌های عددی مختلفی استفاده شده است. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش‌های المان محدود، المان مرزی و روش‌های بدون شبکه نام برد [1]. از این میان، از روش المان محدود بیش از سایرین استفاده شده است. *ژو و نیدلمن* [4] مفهوم ترک چسبنده را با المان‌های چسبنده در روش المان محدود مدل کردند. *بازانت و لی* [5] مدل‌سازی گسترش ترک چسبنده را در مصالح ویسکوالاستیک با روش اجزای محدود انجام دادند. *شریفلر و همکاران* [6] گسترش ترک چسبنده در محیط‌های متخلخل اشباع را به روش المان محدود تطابقی مدل‌سازی کردند. *سگورا و کارول* [7] یک فرمول‌بندی هیدرومکانیکی برای محیط‌های متخلخل اشباع ترک خورده براساس روش المان محدود با المان‌های با ضخامت صفر ارائه دادند. *خویی و همکاران* [8] و *بارانی و همکاران* [9] به ترتیب تحلیل گسترش ترک چسبنده در محیط‌های متخلخل اشباع ترک‌خورده و محیط‌های متخلخل غیراشباع با فاز گازی غیرفعال با روش المان محدود تطابقی را انجام دادند. *معز و بلیشکو* [10] مدل‌سازی گسترش ترک چسبنده با روش اجزای محدود توسعه یافته را انجام دادند. *زی و بلیشکو* [11] الگوریتمی بر مبنای روش اجزای محدود توسعه یافته ارائه دادند که در آن رشد ترک چسبنده با فرمولاسیونی جدید برای المان‌های در برگیرنده نوک ترک ارائه شده بود. *ریتور و همکاران* [12] مدل‌سازی رشد ترک چسبنده در محیط‌های متخلخل غیراشباع را با یک روش اجزای محدود توسعه یافته دو مقیاسی انجام دادند. همچنین *محمدنژاد و خویی* [13] با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته، فرایند شکست هیدرولیکی را با بهره‌گیری از مدل ترک چسبنده مدل کردند. برخی محققین از روش بدون المان گالرکین برای مدل‌سازی رشد ترک چسبنده استفاده کرده‌اند. به عنوان مثال *رابزوک و ژی* [14] با استفاده از تکنیک غنی‌سازی در روش بدون المان گالرکین، رشد ترک چسبنده را مدل‌سازی کرده‌اند. *زی و همکاران* [15] با استفاده از روش بدون المان گالرکین توسعه داده شده و بدون توابع *Branch*، رشد ترک چسبنده را مدل کردند. همچنین *ایرانمنش و پاک* با استفاده از روش بدون المان گالرکین غنی‌سازی شده و استفاده از مفهوم ترک چسبنده رشد ترک هیدرولیکی را مدل‌سازی کردند [16] و اثرات انتقال حرارت رسانایی و همرفتی را در رشد ترک هیدرولیکی بررسی نمودند [17].

روش‌های وابسته به مش مانند المان محدود و تفاضلات محدود در حل مسائل مرتبط با ناپیوستگی‌ها در میدان متغیرها از جمله مسائل مکانیک شکست دچار محدودیت‌های اساسی هستند. روش‌های مختلفی برای حل این کمبود در مراجع ذکر شده که از جمله می‌توان به استفاده از روش المان محدود توسعه یافته [1]، روش المان‌های مرزی [18]، روش ناپیوستگی-جابجایی [19] و نیز روش‌های بدون المان اشاره کرد. در این تحقیق از روش بدون المان گالرکین که براساس تحقیقات پیشین کاربرد خوبی در حل مسائل شامل مرزهای متحرک و ترک دارد، استفاده شده است. برای معرفی ناپیوستگی در میدان متغیرها نیز از تکنیک غنی‌سازی مشابه آنچه در المان محدود توسعه یافته استفاده می‌شود، بهره برده شده است. هدف اصلی این تحقیق، توسعه مدل همبسته هیدرولیکی-مکانیکی-حرارتی تهیه شده توسط *ایرانمنش و همکاران* [20] و *ایرانمنش و پاک* [21] در روش عددی بدون المان گالرکین غنی‌شده جهت مدل‌سازی رشد ترک چسبنده است. در کنار این هدف، مسئله تماس نرمال (*Normal Contact*) نیز به منظور استفاده از مزایای آن در کاربردهای آتی مدل‌سازی می‌شود. در ادامه، اصول و مبانی مدل‌سازی ترک چسبنده در محیط‌های متخلخل بررسی و بیان می‌شود. همچنین به اختصار مسئله تماس نرمال بررسی شده و به فرمول‌بندی ارائه شده اضافه می‌گردد.

۲. فرمول‌بندی عددی مسئله

جهت مدل‌سازی رشد ترک چسبنده و یا مسئله تماس در محیط‌های متخلخل، از فرمول‌بندی که برای مدل‌سازی محیط‌های متخلخل شامل انواع ناپیوستگی‌ها ارائه شده استفاده می‌گردد. به این ترتیب معادله تعادل مومنتوم خطی کل سیستم به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\sigma_{ij,j} + \rho g_i = 0 \qquad (۱)$$

که در آن σ_{ij} تانسور تنش کل، ρ جرم واحد حجم و g_i بردار شتاب جاذبه است. با در نظر گرفتن محیط متخلخل توسط دامنه محدود Ω، که دارای مرز خارجی Γ با بردار یکه نرمال n_i و مرز داخلی Γ_d با بردار یکه نرمال $n_{\Gamma d}$ می‌باشد و در نظرگیری جابجایی اسکلت جامد به عنوان مجهول اصلی مسئله، شرایط اولیه و شرایط مرزی مربوط به

مرزهای خارجی و داخلی به صورت زیر قابل بیان خواهند بود:
شرایط اولیه:

$$u_i = u_i^0 \quad at \;\; t=0 \;\; on \;\; \Omega \tag{۲}$$

شرایط مرزی ضروری:

$$u_i = \bar{u}_i \quad on \;\; \Gamma_u \tag{۳}$$

شرایط مرزی طبیعی:

$$\sigma_{ij} n_i = \bar{t}_i \;\; on \;\; \Gamma_\sigma \tag{۴}$$

شرایط مرزی داخلی:

$$\sigma_{ij} n_{\Gamma d} = t_d \;\; on \;\; \Gamma_d \tag{۵}$$

که در روابط فوق، u_i^0 بردار جابجایی اولیه، $\bar{u}_i$ بردار جابجایی مشخص روی مرز Γ_u، $\bar{t}_i$ تنش سطحی وارد بر سطح Γ_σ و t_d بیانگر تنش‌های چسبندگی در امتداد ناپیوستگی Γ_d در ناحیه فرایند شکست، یا تنش‌های تماسی نرمال در سطح تماس است که به وسیله یک رابطه رفتاری مناسب به میزان بازشدگی ترک ربط داده می‌شود. جهت مجزا سازی مکانی معادله دیفرانسیلی با مشتقات جزئی حاکم بر مسئله با استفاده از روش بدون المان گالرکین، در ابتدا لازم است با اعمال روش باقیمانده وزنی فرم انتگرالی یا فرم ضعیف معادله دیفرانسیلی مربوطه به شکل زیر بدست آید:

$$\begin{aligned} &\int_\Omega \delta\left(Lu\right)^T D_{T_{ijkl}}\, \varepsilon_{kl}\, d\Omega - \int_\Omega \delta u^T \rho g_i \, d\Omega \\ &-\int_{\Gamma_t} \delta u^T \bar{t}_i \, d\Gamma + \int_{\Gamma_d} [\![\delta u^T]\!] t_d \, d\Gamma \\ &+\int_{\Gamma_u} \delta u^T \alpha_{Pu} (u-\bar{u})\, d\Gamma = 0 \end{aligned} \tag{۶}$$

در رابطه فوق، عبارت $\int_{\Gamma_u} \delta u^T \alpha_{Pu} (u-\bar{u})\, d\Gamma$ مربوط به وضع شرایط مرزی ضروری در معادله تعادل می‌باشد که به دلیل برقرار نبودن خاصیت تابع *Kronecker delta* در توابع شکل در روش *EFG* به معادله فوق اضافه شده تا شرایط مرزی ضروری را به روش پنالتی اعمال نماید. u جابجایی، u_i جابجایی مقرر روی مرز ضروری و α_{pu} ضریب پنالتی برای معادله انتگرالی تعادل جهت جبران تفاوت بین جابجایی تقریب زده شده و جابجایی مقرر روی مرز ضروری می‌باشد.

همچنین $D_{T_{ijkl}}$ ماتریس رفتاری الاستیک خطی و ε_{kl} تانسور کرنش است.
با در نظر گرفتن جابجایی به عنوان متغیر اصلی مسئله و استفاده از توابع شکل *EFG* برای تقریب زدن مقدار این متغیر در هر نقطه دلخواه در بازه مکانی مسئله، معادله انتگرالی حاصل به معادلات ماتریسی تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned} &(C_{11}^{ss} + C_u^{\alpha ss}) U^s + (C_{11}^{se} + C_u^{\alpha se}) U^e = (F_u^s + F_u^{\alpha s}) \\ &(C_{11}^{es} + C_u^{\alpha es}) U^s + (C_{11}^{ee} + C_u^{\alpha ee}) U^e \\ &= (F_u^e + F_u^{\alpha e} - F_{\Gamma d}) \end{aligned} \tag{۷}$$

در دستگاه معادلات جبری فوق، دو معادله به صورت مجزا برای درجات آزادی حقیقی و مجازی (غنی‌شده) نوشته شده است. ترم $F_{\Gamma d}$ حاصل قضیه دیورژانس در فضای ناپیوسته بوده و بیانگر اعمال تنش‌های چسبندگی به لبه‌های ناپیوستگی در مرز Γ_d و در ناحیه فرایند شکست یا تنش‌های تماسی در سطح تماس می‌باشد.
به منظور مدل‌سازی ناپیوستگی قوی در میدان تغییرشکل‌ها از تابع هویساید جهت غنی‌سازی میدان جابجایی به شکل زیر بهره برده می‌شود:

$$H = \begin{cases} +1 & if \quad \phi(x) \ge 0 \\ -1 & if \quad \phi(x) < 0 \end{cases} \tag{۸}$$

که در رابطه فوق، $\varphi(x)$ تابع فاصله علامت‌دار است که متداول‌ترین نوع تابع *Level set* جهت تعیین موقعیت ناپیوستگی است. به عبارت دیگر، موقعیت سایر نقاط دامنه نسبت به نقاط روی ناپیوستگی به‌وسیله این تابع نشان داده می‌شود:

$$\phi(x) = \left\| x - x^* \right\| sign(\mathbf{n}_{\Gamma_d} \cdot (x - x^*)) \tag{۹}$$

که در رابطه فوق، x^* نزدیکترین نقطه روی ناپیوستگی Γ_d نسبت به نقطه x از دامنه، $n_{\Gamma d}$ بردار یکه عمود بر سطح ناپیوستگی در نقطه x^* و عبارت $\left\| x - x^* \right\|$ بیانگر فاصله نقطه x از ناپیوستگی است.
رابطه چسبندگی- بازشدگی در حالت خطی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$t_{coh} = \frac{-f_t^{\,2}}{2G_f}\,\omega + f_t \tag{۱۰}$$

که t_{coh} تنش‌های چسبنده، f_t مقاومت کششی، G_f انرژی شکست و ω بازشدگی ترک می‌باشند. همچنین ترم متناظر با سطح ناپیوستگی ($F_{\Gamma d}$) در مسائل رشد ترک چسبنده به‌صورت زیر خواهد بود:

$$F_{\Gamma_d} = F_{coh} = 2\int_{\Gamma_d} N^{s^T} t_{coh}\, d\Gamma \qquad (۱۱)$$

و معیار رشد ترک، رسیدن تنش کششی در جهت عمود بر ترک در نوک ترک به مقاومت کششی مصالح، f_t است.
در این تحقیق از روش پنالتی جهت اعمال قید تماس نرمال استفاده شده است. در این روش میزان تنش‌های تماسی توسط یک عدد پنالتی که متناظر با سختی فنرهای فرضی موجود بر سطح تماس هستند به میزان فرورفتگی سطوح تماس مرتبط می‌شود. بدین ترتیب هر چه سختی در نظر گرفته شده برای سطح تماس و عدد پنالتی بزرگتر باشد، میزان فرورفتگی کمتر بوده و به عبارت دیگر میزان دقت در ارضای قید تماس وابسته به بزرگی عدد پنالتی است. در این صورت تنش تماسی نرمال برابر خواهد بود با:

$$t_{cont} = E_N\, \omega \qquad (۱۲)$$

که در رابطه فوق، E_N عدد پنالتی یا همان سختی نرمال تماس است. بنابراین ترم متناظر با سطح ناپیوستگی در مسائل تماس نرمال به صورت زیر خواهد بود:

$$F_{\Gamma_d} = F_{cont} = 2\int_{\Gamma_d} N^{s^T} E_N\, d\Gamma \qquad (۱۳)$$

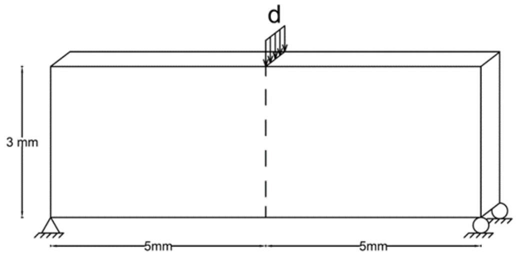
دستگاه معادلات جبری حاصله در رابطه ۷ بدلیل وابستگی تنش‌های چسبندگی به بازشدگی ترک و همچنین وابستگی تنش‌های تماسی به سطح فعال تماس، غیرخطی بوده و نیاز است تا با الگوریتمی تکراری خطی‌سازی شود. برای این منظور از روش تکراری نیوتن-رافسون استفاده شده است.

۳. نتایج مدل‌سازی عددی

هدف از این بخش بررسی توانایی برنامه در مدل‌سازی گسترش ترک چسبنده و مسئله تماس در محیط‌های متخلخل با روش بدون المان گالرکین توسعه‌یافته است. لذا به جهت اعتبارسنجی فرمول‌بندی ارائه شده و برنامه کامپیوتری تهیه شده، در این قسمت به مدل‌سازی مسائل رشد ترک چسبنده و تماس در محیط‌های متخلخل پرداخته می‌شود.

۱،۳. گسترش ترک چسبنده

به منظور بررسی عملکرد برنامه در مدل‌سازی رشد ترک چسبنده، مسئله معروفی که ابتدا توسط *ولز و اسلایس* در سال ۲۰۰۱ حل شده است، مدنظر قرار گرفته است [22]. این مسئله به مثالی جهت صحت سنجی عملکرد بسیاری از مدل‌ها و برنامه‌های کامپیوتری جهت مدل‌سازی رشد و گسترش ترک چسبنده تبدیل شده است. در این مسئله، یک تیر با تکیه‌گاه‌های ساده در وسط سطح فوقانی تحت یک جابجایی قائم قرار می‌گیرد. تیر در ابتدا بدون ترک بوده و به واسطه تجاوز تنش کششی از مقاومت ماده، در وسط قسمت تحتانی تیر ترک ایجاد شده و گسترش می‌یابد. با توجه به تقارن مساله، رشد ترک به صورت مستقیم خواهد بود. هندسه و شرایط مرزی در شکل ۳ نشان داده شده است. دامنه محاسباتی با ۷۱ گره در راستای طول تیر، ۲۱ گره در راستای ارتفاع تیر و ۲ گره در ضخامت تیر مجزا سازی شده است.



شکل ۳. هندسه و شرایط مرزی مسئله ترک چسبنده

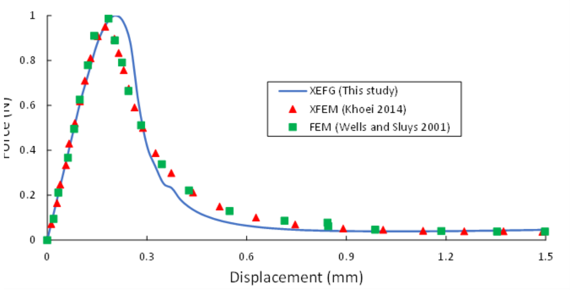
مشخصات مصالح به کار رفته در حل مسئله مطابق جدول ۱ می‌باشد.

جدول ۱. مشخصات مصالح مسئله ترک چسبنده

مشخصات	مقدار	واحد
مدول الاستیسیته	100	MPa
ضریب پواسون	0	–
مقاومت کششی	1.0	MPa
انرژی شکست	100	J/m^2

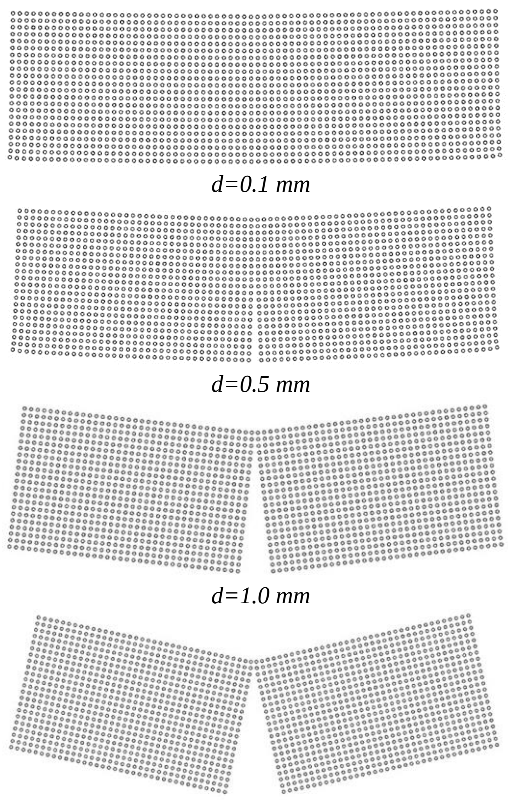
با افزایش جابجایی اعمال شده به تیر، تنش کششی ناشی از خمش در وسط سطح تحتانی افزایش یافته و با پیدایش و گسترش ترک، به تدریج از ظرفیت باربری تیر کاسته می‌شود. این روند در نمودار نیرو- تغییرمکان مطابق شکل ۴ قابل

ملاحظه است.



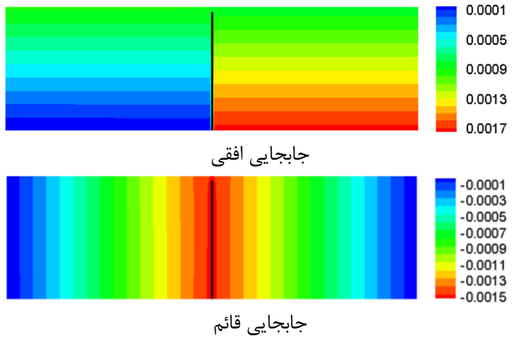
شکل ۴. نمودار نیرو-تغییرمکان تیر مورد بررسی

همچنین در شکل ۴ نتایج مدل‌سازی عددی با روش اجزای محدود [22] و روش اجزای محدود توسعه یافته [23] نیز ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که انطباق خوبی بین نتایج برقرار است. حالت تغییرشکل یافته تیر نیز به ازای چند جابجایی مختلف در شکل ۵ نشان داده شده است.

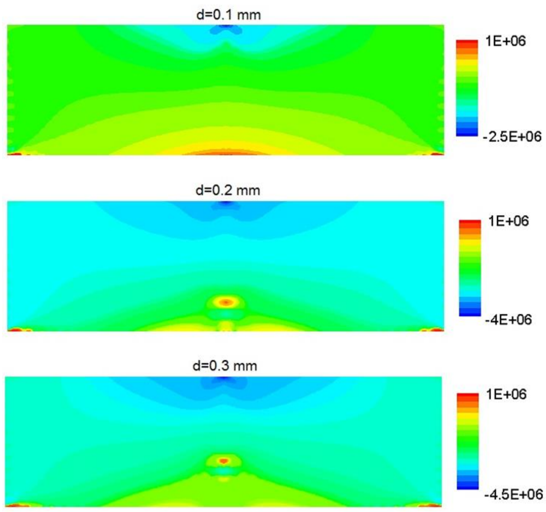


شکل ۵. حالت تغییرشکل یافته تیر به ازای جابجایی‌های قائم مختلف

همچنین کنتورهای جابجایی افقی و قائم در شکل ۶ نشان داده شده است. در انتها کنتور تنش افقی به ازای جابجایی‌های مختلف در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۶. کنتورهای جابجایی افقی و قائم بر حسب متر در انتهای بارگذاری (d=1.5 mm)

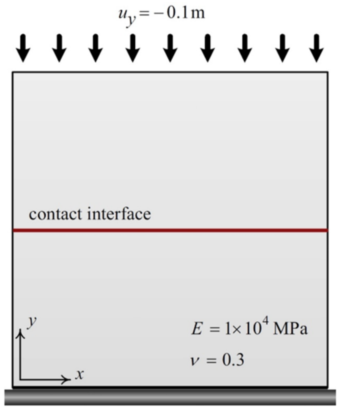


شکل ۷. کنتور تنش افقی به ازای جابجایی‌های مختلف

۲،۳. ترک افقی تحت فشار یکنواخت

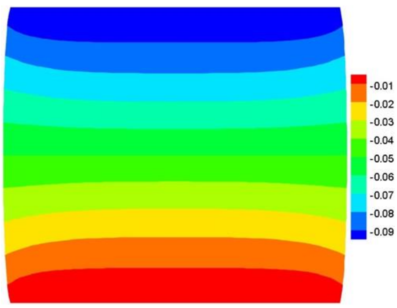
هدف از این مثال، بررسی عملکرد برنامه در مسائل تماس نرمال است. در این تحقیق از همان ضریب پنالتی استفاده شده در ارضای شرایط مرزی برای مدل‌سازی مسئله تماس استفاده شده است. این مثال پیش از این توسط *لی و برخا* (۲۰۱۰) [24] و *هیرمند و همکاران* (۲۰۱۵) [25] با روش اجزای محدود توسعه یافته حل شده است. یک محیط مربعی با رفتار الاستیک خطی با ابعاد نشان داده شده در شکل ۸ با یک ترک افقی در وسط ارتفاع دامنه و در کل طول آن در نظر گرفته شده است. سطح فوقانی دامنه تحت جابجایی قائم ۱۰

سانتی‌متر به سمت پایین قرار می‌گیرد. سطح تحتانی دامنه برای حرکت در تمام جهات مقید شده است. بنابراین سطوح لبه‌های ترک در سرتاسر طول آن‌ها تحت تماس نرمال قرار خواهند گرفت. مدول الاستیسیته مصالح ۱۰۴ مگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ فرض شده است. برای این مثال به طور یکنواخت از ۴۲ گره در راستای طول، ۴۲ گره در راستای ارتفاع و ۲ گره در ضخامت دامنه استفاده شده است.

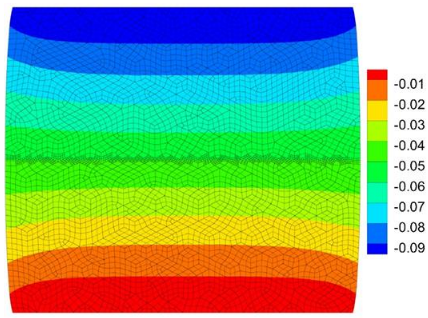


شکل ۸. هندسه و شرایط مرزی مسئله تماس نرمال [25]

۱



۲

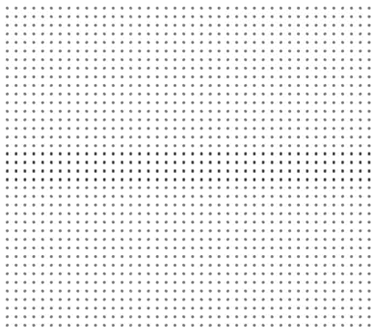


شکل ۹. کنتور جابجایی قائم، تحقیق حاضر (۱) و هیرمند و همکاران [25] **(۲)**

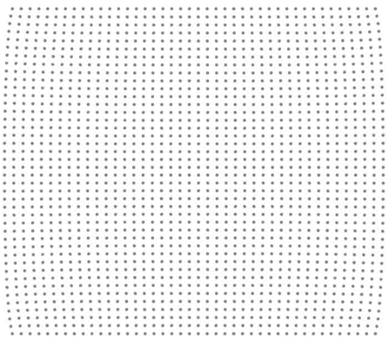
شکل ۹ کنتور جابجایی قائم را در مقایسه با نتایج بدست آمده توسط هیرمند و همکاران (۲۰۱۵) با روش عددی اجزای محدود توسعه یافته و تکنیک ضرایب لاگرانژ افزوده نشان می‌دهد. همان‌گونه که قابل ملاحظه است، تطابق بین نتایج، نشان‌دهنده صحت عملکرد برنامه تهیه شده در مدل‌سازی مسائل تماس نرمال با روش بدون المان گالرکین توسعه یافته و تکنیک پنالتی است.

همچنین حالت تغییرشکل یافته دامنه در حالت در نظرگرفتن تماس و بدون در نظر گرفتن تماس در شکل ۱۰ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که در حالت بدون در نظر گرفتن تماس، لبه‌های ترک کاملاً در هم فرو رفته‌اند اما در حالتی که تماس لبه‌های ترک در نظر گرفته شود، لبه‌های ترک با هم تماس پیدا کرده و میزان فرورفتگی تقریبا صفر است.

۱



۲



شکل ۱۰. حالت تغییرشکل یافته دامنه در حالت بدون در نظرگرفتن تماس (۱) و در نظر گرفتن تماس (۲)

۴. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

مدل‌سازی ایجاد و گسترش ترک در مواد مختلف یکی از زمینه‌های مهم در علوم مهندسی است. براساس مکانیک شکست الاستیک خطی تنش در نوک ترک به بی‌نهایت میل می‌کند و تکینگی تنش رخ می‌دهد. این موضوع برای مصالح نیمه ترد مانند سنگ و خاک فرض کاملی نیست. برای این

منظور تئوری ترک چسبنده پیشنهاد شده است. برای مدل‌سازی ایجاد و گسترش ترک چسبنده در مصالح زمینی همچون سنگ و خاک نیاز به مدل عددی برای تعیین میدان تغییرشکل‌ها به همراه ابزاری برای تعریف ناپیوستگی یا همان ترک در محیط است. برای تعیین میدان تغییرشکل تحت بارهای وارده در یک محیط متخلخل از روش بدون المان گالرکین و برای معرفی ناپیوستگی به دامنه حل از تکنیک غنی‌سازی خارجی استفاده شد. برای وارد کردن رفتار غیرخطی ترک در مصالح سنگی و خاکی از مدل ترک چسبنده استفاده شد تا ترک مود اول در میدان تنش‌های کششی به طور مناسبی محاسبه گردد. علاوه بر آن از روش پنالتی جهت جلوگیری از در هم فرو رفتن لبه‌های ترک تحت میدان تنش فشاری استفاده شد. مدل‌سازی مسائل تیر سه‌نقطه‌ای تحت خمش و نیز ترک افقی تحت فشار و مقایسه نتایج با نتایج منتشر شده توسط سایر محققان نشان‌دهنده قابلیت مناسب برنامه در مدل‌سازی مسائل ایجاد و رشد ترک چسبنده و نیز مسئله تماس نرمال است.

۵. مراجع

[1] Khoei A.R. (2014). Extended Finite Element Method. Wiley. https://doi.org/10.1016/C2012-0-01326-9.

[2] Barenblatt G. I. (1959). The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: General ideas and hypothesis. J Appl Math Mech, 23:622–36. https://doi.org/10.1016/0021-8928(59)90157-1.

[3] Hillerborg A., Modéer M., & Petersson P. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cem Concr Res, 6:163–8. https://doi:10.1016/0008-8846(76)90007-7.

[4] Xu X.P., & Needleman A. (1994). Numerical simulation of fast crack in brittle solids. J Mech Phys Solids, 42:1397–434. https://doi.org/10.1016/0022-5096(94)90003-5

[5] Bazant Z., & Li Y.N. (1997). Cohesive crack model with rate-dependent opening and viscoelasticity: I. mathematical model and scaling. Int J Fract, 86:247–65. https://doi.org/10.1023/A:1007486221395

[6] Schrefler B.A., Secchi S., & Simoni L. (2006). On adaptive refinement techniques in multi-field problems including cohesive fracture. Comput Methods Appl Mech Eng, 195:444–61. https://doi.org/10.1016/j.cma.2004.10.014.

[7] Segura J.M., & Carol I. (2008). Coupled HM analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. Part I: Theoretical model. Int J Numer Anal Methods Geomech, 32:2083–101. https://doi.org/10.1002/nag.

[8] Khoei A.R., Barani O.R., & Mofid M. (2011). Modeling of dynamic cohesive fracture propagation in porous saturated media. Int J Numer Anal Methods Geomech, 35:1160–84. https://doi.org/10.1002/nag.

[9] Barani O.R., Khoei A.R., & Mofid M. (2011). Modeling of cohesive crack growth in partially saturated porous media; a study on the permeability of cohesive fracture. Int J Fract, 167:15–31. https://doi.org/10.1007/s10704-010-9513-6.

[10] Moës N., & Belytschko T. (2002). Extended finite element method for cohesive crack growth. Eng Fract Mech, 69:813–33. https://doi.org/10.1016/S0013-7944(01)00128-X.

[11] Zi G., & Belytschko T. (2003). New crack-tip elements for XFEM and applications to cohesive cracks. Int J Numer Methods Eng, 57:2221–40. https://doi.org/10.1002/nme.849.

[12] Réthoré J., De Borst R., & Abellan M.A. (2007). A two-scale approach for fluid flow in fractured porous media. Int J Numer Methods Eng, 71:780–800. https://doi.org/10.1002/nme.

[13] Mohammadnejad T., & Khoei A. R. (2013). An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in deformable porous media with the cohesive crack model. Finite Elem Anal Des,73:77–95. https://doi.org/10.1016/j.finel.2013.05.005.

[14] Rabczuk T., & Zi G. (2006). A Meshfree Method based on the Local Partition of Unity for Cohesive Cracks. Comput Mech, 39:743–60. https://doi.org/10.1007/s00466-006-0067-4.

[15] Zi G., Rabczuk T., & Wall W. (2007). Extended meshfree methods without branch enrichment for cohesive cracks. Comput Mech, 40:367–82. https://doi.org/10.1007/s00466-006-0115-0.

[16] Iranmanesh M.A., & Pak A. (2023). Three-dimensional numerical simulation of hydraulically driven cohesive fracture propagation in deformable reservoir rock using enriched EFG method. Comput Geosci, 27:317–35. https://doi.org/10.1007/s10596-023-10198-2.

[17] Iranmanesh M.A., & Pak A. (2022). Investigating the effects of conductive-convective heat transfer on hydraulic fracturing via a fully coupled THM analysis using an enriched EFG method. J Pet Geomech, 5:74–83. https://doi.org/10.22107/jpg.2022.363144.1180.

[18] Lak M., Fatehi Marji M., Yarahmadi Bafghi A., & Abdollahipour A. (2019). A coupled finite difference-boundary element method for modeling the propagation of explosion-induced radial cracks around a wellbore. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 64:41-51. https://doi.org/10.1016/j.jngse.2019.01.019

[19] Heydari, M., Fatehi Marji M., Abdollahipour, A., Soltanian, H., & Mirzaeian Y. (2022). Investigation of the effect of in situ stresses and porosity on crack propagation mechanism in hydraulic fracturing by displacement discontinuity method. J Pet Geomech, 5:17-28. https://doi.org/10.22107/jpg.2022.349178.1171

[20] Iranmanesh M.A., Pak A., & Samimi S. (2018). Non-isothermal simulation of the behavior of unsaturated soils using a novel EFG-based three-dimensional model. Comput Geotech, 99:93–103. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.02.024.

[21] Iranmanesh M.A., & Pak A. (2018). Extrinsically enriched element free Galerkin method for heat and fluid flow in deformable porous media involving weak and strong discontinuities. Comput Geotech, 103:179–92. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.07.013.

[22] Wells G.N., & Sluys L.J. (2001). A new method for modelling cohesive cracks using finite elements. Int J Numer Methods Eng, 50:2667–82. https://doi.org/10.1002/nme.143

[23] Khoei A.R., Vahab M., Haghighat E., & Moallemi S. (2014). A mesh-independent finite element formulation for modeling crack growth in saturated porous media based on an enriched-FEM technique. Int J Fract, 188:79–108. https://doi.org/10.1007/s10704-014-9948-2.

[24] Liu F., & Borja R.I. (2010). Stabilized low-order finite elements for frictional contact with the extended finite element method. Comput Methods Appl Mech Eng, 199:2456–71. https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.03.030.

[25] Hirmand M., Vahab M., & Khoei A.R. (2015). An augmented Lagrangian contact formulation for frictional discontinuities with the extended finite element method. Finite Elem Anal Des,107:28–43. https://doi.org/10.1016/j.finel.2015.08.003.