

مدل چندمقیاسی تغییر شکل پذیر برای مخازن متخلخل نفتی با در نظر گرفتن موئینگی

حسن قاسم زاده*؛ محمد صنایع پسند^۲

۱. دانشیار؛ دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی
۲. دانشجوی دکتری؛ دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی

واژگان کلیدی	چکیده
موئینگی، محیط متخلخل، نفت، چند مقیاسی، مدل سازی عددی	محیط‌های متخلخل مخازن نفتی دارای لایه‌بندی‌هایی در گستره مقیاس‌های مختلف می‌باشند که این مقیاس‌ها با مقیاس اثر بخشی فازهای سیال داخل مخزن متفاوت هستند. جهت کاهش حجم محاسبات در شبیه‌سازی مخازن متخلخل نفتی، ارزیابی هر پدیده فیزیکی در گستره تأثیر (مقیاس) خود مرسوم شده است. در مقاله پیش‌رو جهت افزایش دقت شبیه‌سازی مخازن نفتی، اثرات فشار موئینگی ایجاد شده در بین فازهای سیال بر روی یکی از مدل‌های چند مقیاسی اضافه گردید. در این ارتباط معادلات حاکم بر این مدل ارتقاء داده شده و در نهایت با شبیه‌سازی یک مخزن متخلخل همگن در شرایط لحاظ نمودن فشار موئینگی، میزان تأثیر آن بر روی فشار سیال بررسی شد. لحاظ نمودن اثر موئینگی در مخزن مورد نظر سبب افزایش یافتن فشار آب در مجاورت ناحیه تزریق آب و کاهش یافتن آن در مجاورت ناحیه برداشت نفت گشت. در نتیجه با افزودن پارامترهای موئینگی، مدل سازی میزان نفت استخراج شده را بیشتر نشان می‌دهد. به نظر می‌رسد میزان تأثیر موئینگی بر موارد مذکور غیر قابل چشم‌پوشی بوده و اثر موئینگی مخصوصاً در شبیه‌سازی مخازن غیر همگن باید لحاظ گردد.

۱. پیشگفتار

نفتی با طیف گسترده‌ای از مقیاس‌های متفاوت همراه است. این مخازن دارای بازه گسترده‌ای از مقیاس در حد میکرون برای مقیاس منفذی (*Pore scale*) تا حد چند ده متر متناسب با ابعاد مخزن هستند (*Aarenes et al., 2007*). الگوهای زمین‌شناختی ارائه شده برای مخازن نفتی عموماً با شبکه‌هایی با اندازه‌ای در حدود ۵۰-۱۰ متر در راستاهای افقی و ۱-۰/۱ متر در راستای عمودی ارائه می‌شوند. در این شرایط تعداد المان‌های یک مخزن نفتی بیش از تعداد المان‌هایی که یک رایانه توانایی مدل‌سازی با آن‌ها را دارد، خواهد شد و در نتیجه شبیه‌سازی مخازن نفتی با مقیاس منفذی غیرممکن و یا غیرمقبول می‌باشند (*Wen et al., 2003*). از طرف دیگر جریان در محیط مخزن نفت تحت تأثیر پدیده‌هایی است که عمدتاً در مقیاس‌هایی به مراتب بزرگ‌تر اثرگذار می‌باشند. از این‌رو تحلیل جریان در مخزن بر پایه مقیاس بزرگ‌تر کافی است. در روش چندمقیاسی بررسی هر

با مدل‌سازی مخازن متخلخل نفتی رفتار آن‌ها در گذشته و آینده بررسی می‌گردد. هرچه دقت نتایج مدل‌سازی انجام شده بر روی یک مخزن بیشتر بوده و زمان انجام آن کمتر باشد، مدیریت آن مخزن به نحو بهتری انجام می‌شود. در گذشته با توجه به وقت‌گیر بودن مطالعات و شبیه‌سازی مخازن و همچنین هزینه بالای انجام آن‌ها، مدیریت تنها بر روی مخازن بزرگ و خاص انجام می‌شد. اما امروزه تمامی مخازن مدیریت می‌گردند و در نتیجه نیاز به شبیه‌سازی و مدل‌سازی آن‌ها است. در نتیجه، کاستن زمان و حجم محاسبات امری ضروری بوده که مورد استقبال بسیاری قرار خواهد گرفت. بالاتر بردن دقت مدل‌سازی مخازن و همچنین کاستن زمان و حجم محاسبات مدل‌سازی امری ضروری بوده که مورد استقبال بسیاری قرار خواهد گرفت. با توجه به اینکه هر پدیده فیزیکی در گستره خاصی تأثیرگذار است؛ شبیه‌سازی مخازن متخلخل

پدیده فیزیکی در مقیاس اثرگذاری آن انجام می‌گردد تا تعداد محاسبات بدون کاهش دقت به طرز محسوس کاهش یابند. برای مثال تحلیل جریان در محیط مخزن نفت بر پایه مقیاس بزرگ‌تر کافی خواهد بود.

در مدل‌سازی مخازن متخلخل با توجه به پایستار بودن ذاتی روش حل و مقیاس‌های مورد بررسی، استفاده از روش چندمقیاسی احجام محدود^۱ برای فازهای سیال در اندرکنش با روش اجزاء محدود برای فاز جامد مرسوم است. روش چندمقیاسی احجام محدود با توجه به پایستار بودن جرم در آن برای مدل‌سازی فازهای سیال مخازن نفتی متخلخل مناسب است. این روش از سال ۲۰۰۳ بر پایه کار جنی و همکاران بنیان‌گذاری گردید (Jenny et al., 2003). این الگو در ابتدا برای یک فاز و بدون در نظر گرفتن موئینگی، حلالیت و در حالت دو بعدی ارائه شد و در آن برای لحاظ کردن ناهمگنی متأثر از مقیاس پایین، توابع پایه‌ای تعریف گشتند. این توابع با حل معادلات بیضوی فشار بر روی زیر پهنه‌ها به دست می‌آیند. همچنین این روش جهت حل معادلات جریان با تعریف توابع پایه‌ای دیگری، پایستار بودن جرم بر روی مقیاس پایین که از اهمیت زیادی برخوردار است را تضمین می‌نماید.

روابط ارائه شده بر پایه معادلات پایستار جرمی بود. در این روش معادله جرم به صورت دو معادله فشار و درجه اشباع تفکیک شده، ابتدا معادله فشار بر روی شبکه‌بندی درشت ارضاء می‌گردد؛ سپس معادله درجه اشباع پس از حل فشارهای پایستار بر روی شبکه‌بندی ریز با در نظر گرفتن پایستار بودن جرم ارضاء می‌شود. الگوی ارائه شده در سال ۲۰۰۴ توسط جنی و همکاران برای حالت دوفازی ارتقاء پیدا کرد (Jenny et al., 2004). در سال ۲۰۰۶، لوناتی و جنی با ایجاد تغییراتی در ساختار حل فشارهای پایستار الگو را بهینه نمودند (Lunati & Jenny, 2006). سپس جنی و همکاران الگویی جهت حل کاملاً ضمنی^۲ معادله جرم و به دست آوردن درجه اشباع هر فاز ارائه دادند (Jenny et al., 2006). پس از آن چلیبی و همکاران در سال ۲۰۰۷ الگویی ارائه دادند که بر مبنای آن محاسبه توابع پایه‌ای به صورت

سازگار شونده در نواحی که تغییرات درجه اشباع از مقدار معینی تجاوز می‌کرد صورت می‌پذیرفت (Tchelepi et al., 2007). در سال ۲۰۰۸ لوناتی و جنی تأثیرات ناشی از جاذبه را در معادله اصلی جرم مورد بررسی قرار دادند (Lunati & Jenny, 2008). در سال ۲۰۰۸، لی و همکاران الگوی فوق را جهت شبیه‌سازی الگوی نفت سیاه ارتقاء دادند (Lee et al., 2008). کلیه پیشرفت‌های صورت گرفته مربوط به افزودن فیزیک‌های مختلف و فازهای متعدد بود. در سال ۲۰۰۷، لوناتی و جنی روشی را برای اصلاح شرایط مرزی برای محیط‌های با ناهمسانگردی بالا ارائه نمودند (Lunati & Jenny, 2007). پس از آن در سال ۲۰۰۸، حاجی بیگی و همکاران فرضیات پایه‌ای را که به صورت محلی بر روی زیر پهنه‌ها اعمال می‌گردید، اصلاح نمودند (Hajibeygi et al., 2008).

این روش که تحت عنوان روش چندمقیاسی حجم محدود تکرار شونده مطرح شد، توسط حاجی بیگی و جنی در سال ۲۰۰۹ برای در نظر گرفتن تراکم‌پذیری فازهای مختلف و ماهیت سهموی معادله فشار ارتقاء یافت (Hajibeygi & Jenny, 2009). الگوی ارائه شده برای محیط‌های با ناهمگنی و ناهمسانگردی بالا جواب‌های مطلوبی را ارائه می‌داد. تغییر شکل محیط متخلخل با در نظر گرفتن تأثیرات ژئومکانیکی سنگ مخزن و محیط اطراف با استفاده از روش چندمقیاسی احجام محدود در مدل ارائه شده توسط (طاهری، ۱۳۹۳) و (Taheri et al., 2015) لحاظ شده است. اخیراً نیز اقداماتی جهت بالا بردن دقت مدل با استفاده از حل ترکیبی مسئله با مختصات مرکزی و محلی انجام شده است (Tomin & Lunati, 2015).

محیط متخلخل را می‌توان به صورت شبکه‌ای از دانه‌های جامد دربرگیرنده حفره‌های به هم پیوسته حاوی مایع و هوا در نظر گرفت. دانه‌های جامد و مایع در محدوده تنش‌های معمولی، قسمت غیرقابل تراکم مجموعه را تشکیل می‌دهند. در مقابل، قابلیت تراکم‌پذیری هوا زیاد است. مهم‌ترین پارامترهای فیزیکی محیط‌های متخلخل، در ارتباط با ذخیره و انتقال سیالات تخلخل و نفوذپذیری هستند. سنگ‌های

^۱ Multi Scale Finite Volume

^۲ Fully implicit

شبهه‌سازی‌های مخازن همگن و غیرهمگن در برخورد با نیروهای موئینگی و جاذبه وجود دارد. نیروی جاذبه در مخازن همگن به تغییر ارتفاع بستگی داشته اما در مخازن غیرهمگن به سطح سیال در ترک و ماتریس جامد وابسته است. همچنین در مخازن غیرهمگن نیروهای جاذبه و موئینگی هر دو در جهت بالا عمل کرده و باعث شدت بخشیدن فرآیند آشام می‌شوند. لیکن در مخازن همگن این نیروها مخالف یکدیگر هستند. از لحاظ اختلاف فشار و ترکیب درصد سیالات در طول مخزن، نیروهای جاذبه و موئینگی نقش مهمی در مخازن ترک‌دار دارند.

زیرا گرادیان جاذبه و موئینگی بین ترک و ماتریس در این مخازن نسبت به این گرادیان‌ها در مخازن همگن بسیار بیشتر است. نیروهای موئینگی در منافذ ریزتر قابل توجه‌تر می‌باشند درحالی‌که نیروهای جاذبه با افزایش ارتفاع بخش جامد محیط افزایش می‌یابند. در نتیجه در یک محیط متخلخل در شرایط وجود بلوک‌های عظیم با منافذ درشت، نیروهای جاذبه حاکم بوده و در شرایط وجود بلوک‌های کوچک با منافذ ریز، نیروهای موئینگی حاکم می‌باشند (نورمحمدی آرانی و جمشیدی، ۱۳۹۳). همچنین بخش قابل توجهی از مخازن ایران و خاورمیانه به علت ضخامت بالا و گرادیان فشار زیاد دارای بازدهی پایینی هستند. جهت افزایش بازدهی این مخازن در آن‌ها با استفاده از روش شکست هیدرولیکی، ترک‌های مصنوعی ایجاد می‌کنند. با ایجاد ترک‌های مصنوعی ترک‌های ریز زیادی در مجاورت آنها ایجاد شده و تأثیر موئینگی در آن‌ها بیشتر می‌شود.

مقادیر فشار موئینگی به‌طور مستقیم در آزمایشگاه و به‌طور غیرمستقیم با به‌کارگیری روابط تجربی، تحلیلی و عددی قابل محاسبه‌اند. اکثر معادلاتی که برای محاسبه فشار موئینگی ارائه شده‌اند دارای دو پارامتر قابل تنظیم می‌باشند. یکی از این پارامترها بیانگر پراکندگی قطر منافذ بوده و چگونگی انحنای منحنی فشار موئینگی را مشخص می‌کند. پارامتر دیگر تعیین‌کننده سطح زیر منحنی فشار موئینگی است که همان فشار ورودی یا فشار میانگین است (عرفانی گهری و امانی، ۱۳۹۳). اگر در یک محیط متخلخل منحنی‌های فشار موئینگی بر مبنای منحنی‌های توزیع تخلخل محیط در شرایط زهکشی و جذب ترسیم گردند و

متخلخل به‌طور عمده به وسیله شکل دانه‌ها و گرد گوشه بودن آن‌ها، اندازه و نحوه قرار گرفتن دانه‌ها، ترکیبات شیمیایی دانه‌ها دسته‌بندی می‌شوند. ترکیب مشخصی از این پارامترها می‌تواند مکانیزم عملکرد مخزن متخلخل در انتقال سیالات، تراکم و تغییر شکل را مشخص نماید (Tiab & Donaldson, 2012). محیط متخلخل را می‌توان به دو بخش ماتریس جامد و حفره‌هایی که در داخل آن تشکیل شده‌اند، تقسیم نمود. با فرض اینکه ماتریس جامد کاملاً سخت است، حفره‌های آن می‌توانند به هم متصل بوده و یا به‌صورت جدا از هم در داخل ماتریس قرار گرفته باشند. حفره‌های متصل به یک یا چند سیال اجازه می‌دهند سیالات در داخل ماده شارش پیدا کنند. در صورت شارش سیال، فضای تهی متصل به‌وسیله سیال اشباع می‌گردد. انتقال سیال در محیط متخلخل از طریق سه مکانیزم نیروهای لزوج (ویسکوز)، نیروهای شناوری و نیروهای موئینگی کنترل می‌شود. نحوه حرکت سیال درون مخزن می‌تواند به صورت خطی، شعاعی و یا کروی با استفاده از قوانین پایستگی جرم و دارسی و با توجه به تعداد فاز سیالات و خواص هر کدام از آن‌ها مدل گردد (اکبر اشرفی، ۱۳۹۰).

فشار موئینگی عبارت است از انرژی‌های مخصوص آزاد در سطوح بین فازهای یک محیط که تابعی از کشش بین سطحی و شعاع منافذ است (Askarinezhad, 2010). فشار موئینگی یکی از مهم‌ترین پارامترهای سنگ مخزن برای مدل‌سازی، شبهه‌سازی گسترده میدانی مخازن نفتی و شبهه‌سازی رفتار سیالات چندفازی در محیط‌های متخلخل است. در مدل‌سازی مخازن نفتی فشار موئینگی بر روی تنش فاز جامد اثر گذاشته و رابطه تنش- کرنش را دستخوش تغییر می‌کند. از طرفی موئینگی بین فازهای سیال نیز وجود داشته و باعث به وجود آمدن تغییر در روابط مرتبط با آن‌ها می‌شود. از منظری دیگر، مخازن نفتی از لحاظ رفتاری به دو دسته ترک‌دار و غیر ترک‌دار تقسیم می‌شوند. مخازن ترک‌دار دارای توزیع غیریکنواخت و شبکه‌ای ترک‌ها بوده و بعضاً ترک‌های مکانیکی نیز در آن‌ها ایجاد شده‌اند.

هنگامی که یک مخزن دارای ترک‌هایی با توزیع تصادفی و یکنواخت بدون یک شبکه مشخص باشد، به عنوان مخزن ترک‌دار در نظر گرفته نمی‌شود. ترکیب سیال در مخازن ترک‌دار توزیع یکنواخت‌تری دارد. اختلاف عمده‌ای بین

L نشان‌دهنده قسمت پائینی، T نشان‌دهنده قسمت بالایی و E نشان‌دهنده موقعیت شیب منحنی فشار موئینگی بر حسب تغییرات اندازه منافذ می‌باشند. لوملند و همکاران یک رابطه جدید ریاضی سه پارامتری ساده با قابلیت انعطاف زیاد در دامنه وسیعی از اشباع را برای تابع مورد نظر پیشنهاد نمودند (Lomeland et al., 2008). این رابطه قادر به پیش‌بینی رفتار موئینگی سنگ مخزن در مقادیر پایین و بالای اشباع است. هدف از مقاله پیش رو تکامل مدل (طاهری، ۱۳۹۳) با در نظر گرفتن فشار موئینگی در معادلات حاکم بر فازهای سیال در محیط متخلخل است. در نتیجه اثرات موئینگی بین فازهای مایع و گاز در معادلات مرتبط لحاظ شده و دقت مدل‌سازی افزایش خواهد یافت. معادلات حاکم شامل معادلات بقای جرم و بقای مومنتوم در فازهای مختلف می‌باشند. علاوه بر معادلات اصلی، یک سری معادلات ساختاری در فازهای سیال و فاز جامد جهت برقراری ارتباط بین پارامترهای اصلی و پارامترهای وابسته مورد استفاده قرار خواهد گرفت. برخلاف سایر مدل‌های مشابه برای در نظر گرفتن موئینگی بین فازهای سیال، معادلات فازهای مختلف سیال تا حدودی با یکدیگر متفاوت خواهند شد و تعدادی رابطه ساختاری جدید نیز به روابط قبلی اضافه می‌گردند.

در نتیجه حجم کد نویسی افزایش قابل توجهی خواهد یافت. جهت تشکیل دستگاه معادلات ابتدا فازهای سیال و فاز جامد با توجه به ماهیت فیزیکی مدنظر جداگانه گسسته‌سازی گردیده و جهت فازهای سیال ساختار احجام محدود و برای معادله تعادل و تغییر شکل فاز جامد روش اجزاء محدود مورد استفاده خواهند گرفت. سپس اثر متقابل فازهای سیال و فاز جامد توسط حلقه خارجی با روش نیوتن رافسون برقرار خواهد شد. در نهایت با استفاده از مدل ارتقاء یافته مسئله تزیق در یک مخزن متخلخل نفتی همگن با لحاظ نمودن اثر موئینگی شبیه‌سازی خواهد شد. با توجه به جنس مخازن متخلخل نفتی در ایران و درصد استخراج پایین نفت از آن‌ها، از طرفی مدل‌سازی هرچه دقیق‌تر این محیط‌ها از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. از طرف دیگر برای افزایش درصد استخراج نفت باید در مخازن، ترک‌های هیدرولیکی ایجاد شوند. در چنین شرایطی موئینگی نقش قابل توجهی در مدل‌سازی محیط چندفاز مخازن نفتی خواهد داشت. لذا اگر بتوان در

فشار موئینگی بسته به نسبت ابعاد منافذ در محیط تغییر کند، می‌توان یک اندازه میانگین و یک فشار موئینگی میانگین را برای منافذ محیط در نظر گرفته و محیط را همگن فرض نمود. در شرایط زهکشی شده، فشار موئینگی مانعی برای جریان در محیط متخلخل بوده و برای جریان باید بر فشار موئینگی غلبه شود. در شرایط جذب، فشار موئینگی نیرویی پیش‌راننده است که با ایجاد مکش مقداری از مایع ترک‌کننده را به درون محیط جذب می‌نماید (Askarinezhad, 2010). علاوه بر روش‌های آزمایشگاهی، تحقیقات زیادی به روش‌های تحلیلی و عددی نیز جهت بررسی موئینگی در محیط‌های متخلخل انجام شده که تغییرات فشار موئینگی با گذر زمان و اندازه حفرات را برای مایعات با ترشوندگی و ویسکوزیته‌های مختلف بررسی کرده‌اند. از آنجایی که اندازه‌گیری فشار موئینگی زمان‌بر و پرهزینه است، همواره میل به پیش‌بینی این ویژگی مخزن توسط دیگر پارامترهای موجود مخزن وجود داشته است. برای مثال این پارامتر توسط تغییرات درجه اشباع غیرقابل کاهش فاز تر پیش‌بینی شده و در مدل‌سازی به‌کار گرفته شده است (Monaghan, 1985). مقدار فشار موئینگی مطابق با رابطه زیر نیز به صورت تفاوت در فشار دو سیال مخلوط نشدنی ترشونده (p_w) و ترشونده (p_{mw}) که در سطح تماس بین خود در تعادل هستند، به‌دست می‌آید.

$$P_C = p_{mw} - p_w \quad (1)$$

یک روش جدید برای محاسبه موئینگی تابع LET است. در فرآیند به‌کارگیری تابع LET ، شکل منحنی‌های به‌دست‌آمده همانند شکل معمول فشار موئینگی است، با این تفاوت که برای مقادیر اشباع آب غیرقابل کاهش همانند اشباع نفت باقیمانده، مقادیر معینی برای فشار موئینگی به دست می‌آید. برای سنگ مخازن با ترشوندگی دوگانه، اشباع آب تا جایی که مقدار فشار موئینگی صفر است، به طور طبیعی در آزمایشگاه توسط آزمایش‌ها آشام تعیین می‌گردد. در روش LET این مقدار اشباع به عنوان یک پارامتر شناخته شده به کار می‌رود. این مقدار به همراه مقادیر محدود فشار موئینگی در نقاط انتهایی موجب توانمندی این روش برای تعیین منحنی‌های هیستریزس می‌شود. در روش LET همچنین مقادیر فشار آستانه برای آزمایش‌های تخلیه اولیه، به‌خوبی تعیین شده است (هاشمی و همکاران، ۱۳۹۳). در تابع LET

ادامه این مقاله موئینگی را در محیط‌های غیرهمگن نیز لحاظ نمود، احتمالاً در صنایع استخراج نفت مورد توجه بسیاری قرار خواهد گرفت.

۲. روابط اصلاح شده برای در نظر گرفتن اثر موئینگی در مدل سازی عددی

در مدل پیش رو سه مؤلفه به عنوان فازهای سیال در شرایط استاندارد تعریف می‌شوند. سیستم هیدروکربن به‌وسیله‌ی دو مؤلفه به نام‌های نفت و گاز توصیف می‌شود و مؤلفه‌ی سوم نشان‌دهنده‌ی آب است. رفتار فازی سیستم به‌وسیله‌ی فاکتورهای انحلال‌پذیری و فاکتورهای آرایش حجمی تعریف شده و فرض می‌شود این فاکتورها تنها به فشار بستگی دارند. در این مدل فرض می‌شود شبه مؤلفه‌های نفت و آب تنها در همان فازها در شرایط مخزن ظاهر شده و مؤلفه شبه گاز ممکن است در فازهای نفت و گاز در شرایط مخزن ظاهر شود. جریان غیرخطی، تراکم پذیر، ترکیب ناپذیر و سه فازی (آب، نفت و گاز) با در نظر گرفتن اثرات موئینگی مدل سازی می‌شود. معادله‌ی ساختاری ۳، شبه مؤلفه غیرخطی است. این معادلات به دلیل تراکم‌پذیری و موئینگی (سنگ و سیال)، سهمی هستند.

در اغلب مسائل، همرفت بر روند جابه‌جایی مخزن غالب است. در نتیجه میدان فشار تقریباً بیضوی بوده و معادله‌های اشباع تقریباً رفتار هذلولوی دارند. راه‌حل عمومی محاسبه فشار به دو بخش بیضوی تحت تسلط شناوری و یا تحت تسلط موئینگی تقسیم شده است. اثر چاه‌ها بر جریان در حل خصوصی این معادلات نشان داده شده است. الگوریتم چندمقیاسی احجام محدود اصلی برای حل معادله فشار (بیضوی) جریان تراکم‌ناپذیر در فرم‌های بسیار ناهمگون طراحی شده بود (طاهری، ۱۳۹۳). مدل پیش‌رو که با لحاظ نمودن موئینگی به کار می‌رود، یک معادله فشار سهموی غیرخطی را ایجاد می‌نماید. با این حال این اثرات به صورت کلی طبیعت محلی دارند و معادله فشار معمولاً رفتاری نزدیک به رفتار بیضوی از خود نشان می‌دهد.

معادلات حاکم در محیط متخلخل تغییر شکل پذیر شامل معادلات بقای جرم و بقای مومنتوم در فازهای سیال و فاز جامد و معادلات ساختاری است. فرضیاتی که معادلات

مدل توسعه یافته بر اساس آن‌ها نوشته می‌شوند، عبارت‌اند از: ۱- رفتار اسکلت خاک به صورت الاستیک است. ۲- تغییر شکل محیط و گرادیان آن‌ها بسیار کوچک فرض شده‌اند. ۳- معادلات برای حالت چهار فازی (دو فاز مایع، یک فاز گاز و یک فاز جامد) ارائه شده و برای هر یک از فازها معادلات جرم و مومنتوم لحاظ شده است. ۴- بین فازها تبادل جرمی وجود ندارد. ۵- اثر موئینگی در فازهای سیال لحاظ خواهد شد. ۶- از اثرات حرارت صرف‌نظر خواهد شد. ۷- محیط متخلخل به صورت همگن فرض می‌گردد. ۸- حرکت سیال و تغییر شکل فاز جامد توسط ساختارهای مختلف و با مقیاس‌های غیر یکسان الگوسازی می‌شود. ۹- اندرکنش میان فازهای سیال و فاز جامد به صورت تنیده دوطرفه تکرار شونده برقرار می‌گردد. در مدل سازی پیش‌رو معادلات حاکم بر فازهای سیال شامل دو دسته معادلات بقای جرم و بقای مومنتوم برای فازهای سیال و فاز جامد می‌باشند. با جایگذاری روابط بقای مومنتوم فاز سیال و همچنین بقای جرم و مومنتوم فاز جامد در رابطه بقای جرم فاز سیال رابطه زیر برای هر فاز به دست می‌آید. در صورت نیاز به توضیحات بیشتر در این ارتباط به (طاهری، ۱۳۹۳) مراجعه فرمایید.

$$\begin{aligned} \phi \frac{D^s}{Dt} S_a \rho_a + \nabla \cdot \left(\rho_a \frac{K k r_a}{\mu_a} \cdot [-\nabla p_a + \rho_a g] \right) \\ + S_a \rho_a \frac{D^s \phi}{Dt} + \phi S_a \rho_a \frac{\varepsilon_{VOL}}{\Delta t} = \dot{m}_a \end{aligned} \quad (2)$$

در رابطه بالا ϕ تخلخل، ρ_a وزن مخصوص فاز، S_a درجه اشباع هر فاز، K ماتریس نفوذپذیری ذاتی، $k r_a$ نفوذپذیری نسبی و μ_a گرانروی فاز و \dot{m}_a چاهک و یا منبع فاز (دبی ورودی یا خروجی چاه‌های تزریق و برداشت) است (طاهری، ۱۳۹۳). جمله‌های سمت چپ رابطه بالا در واقع از برابر با صفر قرار دادن معادله زیر انتگرال رابطه بقای جرم برای هر فاز $(0 = \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t})$ به دست می‌آیند که در آن‌ها سهم هر فاز با استفاده از ضریب ϕS_a تعیین شده است.

در جمله سوم از سمت چپ معادله بقای مومنتوم در فاز سیال $(\phi_a S_a \mathbf{w}_a = \lambda_a \cdot (-\nabla p + \rho_a g))$ جایگزین شده است. همچنین در جمله چهارم از سمت چپ معادله $(\nabla \cdot \mathbf{v}_s = \nabla \cdot \frac{D \mathbf{u}_s}{dt} = \frac{D \varepsilon_{vol}}{dt})$ جایگزین شده است.

$$\begin{aligned} & \varphi^{n+1} \frac{\rho_w^{n+1} S_w^{n+1} - \rho_w^n S_w^n}{\Delta t} + \rho_w^n S_w^n \frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} \\ & - \nabla \cdot (\rho_w^{n+1} \lambda_w (\nabla(p + p_{cwo})^{n+1} - \rho_w^{n+1} g \nabla z)) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & + \varphi^{n+1} \rho_w^{n+1} S_w^{n+1} \frac{\varepsilon_v^{n+1} - \varepsilon_v^n}{\Delta t} = \rho_w^{n+1} q_w \\ & \varphi^{n+1} \frac{\rho_g^{n+1} S_g^{n+1} - \rho_g^n S_g^n}{\Delta t} + \rho_g^n S_g^n \frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} \\ & - \nabla \cdot (\rho_g^{n+1} \lambda_g (\nabla(p + p_{cgo})^{n+1} - \rho_g^{n+1} g \nabla z)) \end{aligned} \quad (7)$$

$$+ (\varphi^{n+1} \rho_g^{n+1} S_g^{n+1}) \frac{\varepsilon_v^{n+1} - \varepsilon_v^n}{\Delta t} = \rho_g^{n+1} q_g$$

چنان‌که از رابطه‌های (۵) تا (۷) مشخص است، معادله دارای ترکیبی از فشار و کرنش حجمی است. در نتیجه در هر فاز در ابتدا معادله جرم مجموعه حل گردیده و فشار به دست آمده در رابطه تعادل جایگذاری شده و با استفاده از روابط ساختاری مربوط تغییر مکان‌های هر گره به دست خواهد آمد. تغییر مکان‌های حاصله در گره‌ها با استفاده از شبکه‌بندی ریز و رابطه کرنش تغییر مکان به کرنش‌های حجمی ریز مقیاس تبدیل می‌گردند. کرنش‌های حجمی حاصله مجدداً در رابطه‌های (۵) تا (۷) قرار داده می‌شوند، تا همگرایی فشار حاصل گردد. در رابطه‌های بالا q برابر با نرخ جریان حجمی در هر فاز است. در رابطه‌های بالا n و $n+1$ نشانگر دو گام زمانی متوالی است. لازم به ذکر است که در روابط بالا در تمام جملات گسسته‌سازی شده، خطا از مرتبه اول است. جهت به دست آوردن معادله فشار غیرتندیده^۳ روابط بالا در ضریب α ضرب می‌گردند. مقدار این ضریب برای فازهای مختلف به شرح زیر است:

$$\alpha_w = \frac{1}{\rho_w^{n+1}} \quad (8)$$

در نتیجه برای مجموع فازهای سیالات خواهیم داشت:

$$\frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} + \frac{-\phi^n}{\Delta t} \left(\sum_{\alpha=1}^{n_p} \alpha_\alpha^{n+1} \rho_\alpha^n S_\alpha^n \right) = RHS \quad (9)$$

با خطی‌سازی رابطه‌های (۵) تا (۷) معادله تکرار شونده فشار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C \frac{(p^{v+1} - p^v)}{\Delta t} - \sum_{i=1}^{n_p} \alpha_i \nabla \cdot (\lambda_i^n \nabla p^{v+1}) = RHS \quad (10)$$

معادلات حاکم به دلیل تراکم‌پذیری و موئینگی (سنگ و سیال)، سهمی هستند. معادله عمومی محاسبه فشار سیالات تحت اثر نیروهای شش‌ناوری، جاذبه و موئینگی به دست آمده و بیضوی است. اثر چاه‌های تزریق و برداشت در حل خصوصی این معادله نشان داده شده است. با توجه به اینکه تعداد مجهولات در معادلات حاکم بیشتر از تعداد معادلات می‌باشند، جهت حل این دستگاه معادلات به تعدادی معادلات کمکی نیاز است. این معادلات کمکی به نام معادلات ساختاری شناخته می‌شوند و با برقراری ارتباط میان مجهولات مختلف، تعداد مجهولات اصلی دستگاه معادلات را کاهش می‌دهد. این سری معادلات عبارت‌اند از: روابط پیوستگی در جه اشباع، تخلخل و چگالی، رابطه نفوذپذیری بر حسب درجه اشباع و روابط تغییرات چگالی فازهای سیال بر حسب فشار. در این مقاله برای در نظر گرفتن اثرات موئینگی با تعریف دو رابطه‌ی ساختاری مستقل زیر، فشار در سه فاز سیال به صورت زیر با فشار موئینگی به همدیگر مرتبط می‌شوند. در این روابط زیرنویس‌های w, o و g به ترتیب نشان‌دهنده فازهای نفت، آب و گاز می‌باشند. در بخش بعد از این روابط جهت تأثیر دادن موئینگی در معادلات حاکم استفاده خواهد شد.

$$p_{cwo} = p_w - p_o \quad (3)$$

$$p_{cgo} = p_g - p_o \quad (4)$$

۳. الگوی چندمقیاسی چند فیزیکی ترکیبی

ژئومکانیکی با در نظر گرفتن موئینگی

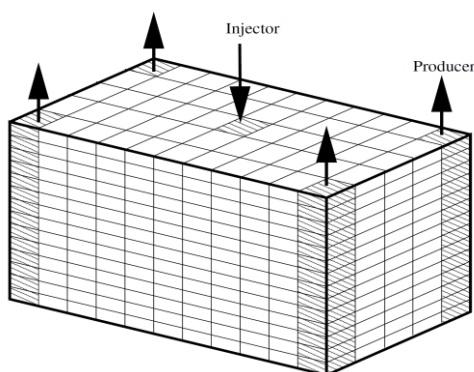
با استفاده از گسسته‌سازی ضمنی رابطه (۲) نسبت به زمان از مرتبه اول در شرایط در نظر گرفتن فشار موئینگی بین فازهای سیال و همچنین در نظر گرفتن فشار فاز نفت به عنوان متغیر اولیه برای فازهای مختلف خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \varphi^{n+1} \frac{\rho_o^{n+1} S_o^{n+1} - \rho_o^n S_o^n}{\Delta t} + \rho_o^n S_o^n \frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} \\ & - \nabla \cdot (\rho_o^{n+1} \lambda_o (\nabla p^{n+1} - \rho_o^{n+1} g \nabla z)) \end{aligned} \quad (5)$$

$$+ \varphi^{n+1} \rho_o^{n+1} S_o^{n+1} \frac{\varepsilon_v^{n+1} - \varepsilon_v^n}{\Delta t} = \rho_o^{n+1} q_o$$

^۳ Decoupled

ساختارهای احجام محدود و اجزاء محدود مدل شده‌اند. همچنین، جهت کاهش یافتن محاسبات و افزایش سرعت انجام آن‌ها، مقیاس‌های متفاوتی جهت بررسی فازهای سیال و فاز جامد لحاظ شده است. ساختار مدل سازی بر پایه دو شبکه درشت مقیاس و درشت مقیاس دوگانه قرار دارد که به ترتیب با خطوط توپر و منقطع در شکل ۲ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۱. نمایی از مخازن متخلخل نفتی و نحوه تزریق به داخل آن‌ها و استحصال نفت از آن‌ها (Jenny et al., 2004)

همان طوری که در این شکل نشان داده شده است، ابعاد این شبکه‌ها به مراتب بزرگ‌تر از شبکه ریزی است که از الگوی زمین‌شناختی به دست آمده است. ابتدا معادلات فازهای سیال در مقیاس درشت حل شده و سپس با استفاده از نتایج به دست آمده فشار فازهای سیال در مقیاس ریز به دست می‌آید. پس از همگرایی فشار در مقیاس‌های ریز و درشت، مقادیر فشار به فاز جامد منتقل شده و تغییر مکان به دست می‌آید. تغییر مکان‌های به دست آمده به فاز سیال انتقال یافته و این چرخه مجدداً تکرار می‌شود.

با توجه به ناپایستار بودن فشار حاصله و نیاز به دست آوردن درجه اشباع هر فاز بر مبنای فشار پایستار، معادلات فشار مجدداً بر روی مرزهای سلول‌های درشت با شرایط مرزی نیومن حل می‌گردند. قابل ذکر است جهت به دست آوردن دقت بالاتر اندرکنش بین فازهای مختلف سیال و جامد از طریق ایجاد تنیدگی دوطرفه تکرار شونده بین ساختارهای چندمقیاسی و روش اجزاء محدود برقرار خواهد شد. در روش به کار گرفته شده نیروهای وارد بر فاز جامد که از طریق تغییر در فشار مایع حفره‌ای ایجاد گردیده‌اند، بر

در رابطه بالا $\lambda_w^n = \rho_w^v \cdot \lambda_w^v$ ، $\lambda_o^n = \rho_o^v \cdot \lambda_o^v$ و $\lambda_g^n = \rho_g^v \cdot \lambda_g^v$ هستند. همچنین فشار در دو تکرار متوالی با v و $v+1$ نمایش داده شده است. معادله خطی سازی شده بالا با تکرار حلقه‌های فشار همگرا خواهد شد. ضریب تراکم پذیری و RHS در رابطه بالا به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$C = \frac{\partial \varphi}{\partial p} \Big| - \varphi^n \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\partial \alpha_i}{\partial p} \Big| \rho_i^n S_i^n \quad (11)$$

$$+ \Delta t \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\partial \alpha_i q_i}{\partial p} \Big|$$

$$RHS = -\frac{\varphi^v}{\Delta t} + \frac{\varphi^n}{\Delta t} \sum_{i=1}^{n_p} \alpha_i \rho_i^n S_i^n +$$

$$\sum_{i=1}^{n_p} \alpha_i \rho_i^v q_i^v - \sum_{i=1}^{n_p} \alpha_i \cdot \nabla \cdot (g \rho_i \lambda_i^v \cdot \nabla z) \quad (12)$$

$$+ \alpha_w \cdot \nabla \cdot (\lambda_w' \cdot \nabla p_{cwo})^v +$$

$$\alpha_g \cdot \nabla \cdot (\lambda_g' \cdot \nabla p_{cgo})^v - \varphi^v \frac{\varepsilon_v^n - \varepsilon_v^v}{\Delta t}$$

رابطه بالا در ابتدای هر تکرار از حلقه نیوتون رافسون، برای حل p^{v+1} شده و فشار به دست آمده از آن در رابطه‌های فاز جامد قرار داده شده تا میزان جابه‌جایی محاسبه شود. با توجه به رابطه موجود بین درجه اشباع فازهای مختلف، تنها می‌توان این رابطه را برای دو فاز حل نموده و برای به دست آوردن درجه اشباع در فاز سوم باید از رابطه ساختاری استفاده کرد. هر وقت نتایج حاصل از تکرارهای v ، $v+1$ و $n+1$ یکسان شدند، همگرایی حاصل شده است.

۴. نحوه مدل سازی

در شکل ۱ نمایی از مخازن متخلخل نفتی مدفون نشان داده شده است. همان طوری که مشاهده می‌شود، مکانیزم استخراج نفت از این مخازن بدین صورت است که با حفر چاهی در وسط این مخازن آب یا گاز با فشار قابل توجهی به داخل آن‌ها تزریق شده و نفت از چاه‌هایی که در گوشه‌های این مخازن حفر شده‌اند، خارج می‌گردد. با توجه به شکل تقریباً قرینه این مخازن، در مدل سازی‌های عددی تنها یک ربع از آن‌ها مدل شده و نتایج حاصل از آن به سایر بخش‌های مخزن تعمیم داده می‌شود. در مدل سازی پیش‌رو، پهنه اثر فازهای سیال و فاز جامد به صورت جداگانه به ترتیب توسط

توضیحات بیشتر در ارتباط با نحوه استفاده از این شبکه‌ها و نحوه انجام تحلیل و انتقال داده‌ها بین آن‌ها به پیوست مقاله مراجعه فرمایید.

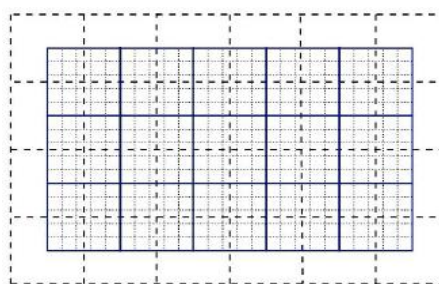
ساختار روش چندمقیاسی احجام محدود از دو عملگر اصلی تشکیل یافته است. عملگر اول تأثیر نفوذپذیری در مقیاس زمین‌شناختی را با استفاده از انتگرال‌گیری بر روی فشارهای ریز مقیاس حاصله از دو سری تابع شکل، توابع پایه-ای Φ_k^h و توابع اصلاحی Φ^h به مقیاسی بالاتر تبدیل می‌نمایند. عملگر دوم همچنین از دو سری توابع صدرا اشاره جهت به دست آوردن فشارهای ریز مقیاس و به دست آوردن فشارهای پایستار بر روی مقیاس اصلی تبدیل می‌نمایند. قابل ذکر است توابع شکل مورد اشاره با توابع شکل کلاسیک در اجزاء محدود متفاوت می‌باشند. از دیدگاه ریاضی توابع مربوطه در واقع حل عمومی و حل خصوصی رابطه (۱۰) با شرایط مرزی محلی می‌باشند. به بیان دیگر توابع پایه‌ای و اصلاحی حل همگن و غیرهمگن رابطه (۱۰) با در نظر گرفتن حل شرایط مرزی کاهش یافته بر بُعد بر روی مرزهای المان‌های کمکی می‌باشند (طاهری، ۱۳۹۳).

$$(\tilde{\mathbf{n}}^h \cdot \nabla) (\lambda_r \cdot \nabla \Phi_k^h) \tilde{\mathbf{n}}^h = 0 \quad (13)$$

$$(\tilde{\mathbf{n}}^h \cdot \nabla) (\lambda_r \cdot \nabla \Phi^h) \tilde{\mathbf{n}}^h = RHS^v \quad (14)$$

در روابط بالا $\tilde{\mathbf{n}}^h$ برداری عمود بر سطح و به سمت خارج مرزهای المان درشت کمکی $\partial \Omega^h$ است. شرایط مرزی بر روی گره‌های المان کمکی $\Phi_k^h(x_i) = 0$ و $\Phi_k^h(x_i) = \delta_{ki}$ می‌باشند. چنان‌که اشاره شد، به‌روزرسانی توابع پایه‌ای هزینه محاسباتی زیادی را دربردارد. البته چنان‌که تشریح شد، با توجه به تفکیک حل عمومی و خصوصی و جدا کردن توابع پایه‌ای از پارامترهای وابسته به فشار، به‌روزرسانی توابع پایه‌ای در هر گام زمانی و با توجه به تغییرات قابلیت تحرک پذیری و بر مبنای تغییرات درجه اشباع صورت می‌پذیرد. اما چنان‌که اشاره شد، تغییرات درجه اشباع در طول تحلیل مخزن در هر گام قسمتی از مخزن را تحت تأثیر قرار می‌دهد. از این‌رو با استفاده از تعریف محدوده‌ای جهت تغییرات قابلیت

پهنه این فاز اعمال می‌گردند (طاهری، ۱۳۹۳). لازم به ذکر است که مدل سازی جریان در مقیاس منفذی^۴ با مدل سازی در مقیاس مخزن متفاوت است. در مقیاس مخزن معادلات اصلی بر پایه پیوستگی فازها و قانون داریسی قرار دارند. قانون داریسی به صورت پایه‌ای فرض می‌کند که نیروی محرک جریان، اختلاف فشار و نیروی ثقلی است. دو پارامتر کلیدی در تعیین جریان در مخزن میزان تخلخل و نفوذپذیری می‌باشند. از طرف دیگر جریان در مقیاس منفذی عمدتاً تحت تأثیر موئینگی قرار دارد. با صرف نظر کردن از نیروهای شتاب سیال و تنش‌های برشی ناشی از گرانروی که عموماً در صنعت نفت مرسوم است، جریان سیالات در محیط متخلخل از نوع آرام بوده و می‌توان معادله بقای مومنوم فازهای سیال را به شکل ساده شده رابطه داریسی در نظر گرفت.



شکل ۲. نحوه مش‌بندی مخازن متخلخل نفتی در

مدل سازی عددی. خطوط تیره مش‌بندی درشت، خطوط

نقطه چین شبکه ریز و خطوط خط چین شبکه درشت دوگانه را نشان می‌دهند.

مدل سازی چند مقیاسی شامل سه شبکه به شرح درشت، درشت دوگانه و ریز است. ابتدا با استفاده از شبکه درشت دوگانه و روش احجام محدود فشار سیال در مراکز سلول‌های درشت به دست می‌آید. سپس مقادیر فشار سیال در سلول‌های ریز در هر سلول درشت محاسبه می‌شوند و پس از آن مقادیر فشار فاز جامد در سلول‌های درشت محاسبه شده و کرنش‌های فاز جامد در شبکه درشت محاسبه شده و این مقادیر به فاز سیال انتقال داده می‌شوند. در صورت نیاز به

^۴ Pore scale

موئینگی مقایسه شده است (Sadrnezhad et al., 2013). با مقایسه نتایج آنالیز انجام شده در این مقاله با نتایجی که در مراجع (Jenny et al., 2006; Lunati & Jenny, 2008) در ارتباط با اثرات ویسکوزیته و نیروهای گرانش بر روی میدان فشار به دست آمده‌اند، به نظر می‌رسد در مخازن متخلخل نفتی اثر موئینگی بر روی میدان فشار در مقایسه با اثرات ویسکوزیته و نیروهای گرانشی بسیار کمتر است.



شکل ۳. الگوریتم مرحله به مرحله مدل چندمقیاسی ارتقاء یافته برای مدل‌سازی حرکت سیال در محیط متخلخل چندفازه با در نظر گرفتن اثرات موئینگی بین فازهای سیال

در نظر گرفتن فشار موئینگی در مدل‌سازی مخازن نفتی متخلخل باعث افزایش فشار آب و کاهش فشار و درجه اشباع نفت در مجاورت محل تزریق آب می‌شود. اثر موئینگی در محل‌هایی که غلظت نفت بیشتر بوده و فشار آب کمتر است، اثر معکوس داشته و باعث کاهش فشار آب و افزایش فشار و درجه اشباع نفت خواهد شد. در نتیجه با لحاظ نمودن موئینگی در مدل‌سازی، پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به میزان نفت خروجی انجام شده و میزان نفت خروجی بیشتر نشان داده می‌شود.

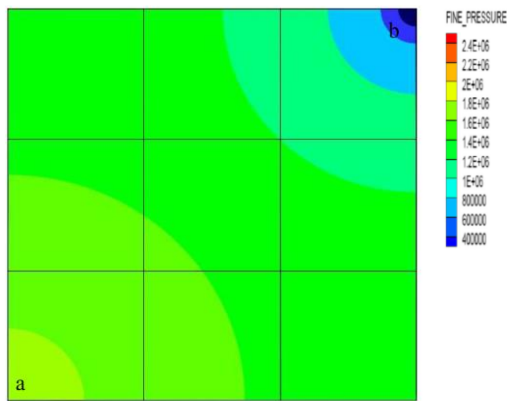
تحرك پذیری کل، به‌روزرسانی تنها در محدوده‌ای که تغییرات از میزان معین شده فراتر باشد صورت می‌گیرد. با توجه به موارد بیان شده، الگوریتم مرحله به مرحله مدل چندمقیاسی ارتقاء یافته برای مدل‌سازی حرکت سیال در محیط متخلخل چندفازه با در نظر گرفتن اثرات موئینگی بین فازهای سیال در شکل ۳ ارائه می‌گردد.

۵. آنالیز عددی

در این بخش جهت کنترل دقت، محاسبات و بازدهی مدل پیشنهاد شده، با استفاده از روابط به دست آمده در بخش قبل، مسئله تزریق آب برای یک چهارم از یک مخزن نفتی همگن که فشار نفت در آن افت کرده است، با انجام شبیه‌سازی عددی حل گردید. طول و عرض مخزن مورد نظر برابر با ۶۶۰ متر بود. در نتیجه شبیه‌سازی بر روی ربع مخزن با طول و عرض ۳۳۰ متر انجام شد. این مخزن با استفاده از یک شبکه سلول درشت ۳×۳ با طول و عرض ۱۱۰ متر مدل شد. هر کدام از سلول‌های درشت دربرگیرنده شبکه ریز ۱۱×۱۱ بودند. در نتیجه شبیه‌سازی انجام شده دارای ۹ سلول درشت، ۱۶ سلول دوگانه و ۱۰۸۹ سلول ریز شد.

تزریق آب در سلول ریز شماره ۱ و خروج نفت از سلول ریز شماره ۱۰۸۹ صورت گرفت. انتخاب ابعاد شبکه‌های ریز و درشت بستگی به شرایط مسئله، ابعاد مخزن مورد بررسی و دقت مورد قبول برای انجام تحلیل دارد. نحوه انتخاب ابعاد شبکه‌ها و میزان وابستگی نتایج حاصله به ابعاد شبکه‌ها در بخش ۶ شرح داده شده‌اند. پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی این مخزن به همراه عدد موئینگی برای فازهای سیال در جدول ۱ آمده است. عدد موئینگی یک عدد بدون بُعد معنادار است که از حاصل ضرب ویسکوزیته دینامیکی در سرعت تقسیم بر کشش سطحی بین دو سیال به دست می‌آید. چنانچه این عدد کوچک‌تر از 10^{-5} باشد، موئینگی در جریان تأثیرگذار بوده و می‌بایست لحاظ گردد و در صورتی که این عدد بزرگ‌تر از 10^{-5} باشد، اثرات موئینگی قابل صرف نظر کردن است (Ding & Kantzas, 2005).

در شکل ۴ توزیع فشار آب در مخزن شبیه‌سازی شده در شرایط لحاظ نمودن اثر فشار موئینگی آورده شده و با توزیع فشار آب در همین مخزن در شرایط عدم لحاظ نمودن

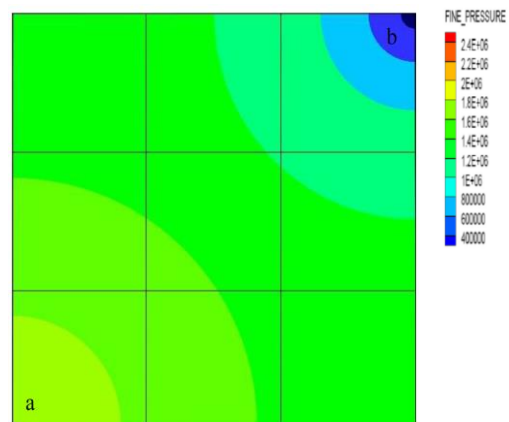


شکل ۴. مقایسه بین فشار آب در مخزن متخلخل نفتی همگن در شرایط لحاظ نمودن فشار موئینگی (الف) و لحاظ نمودن آن (ب)

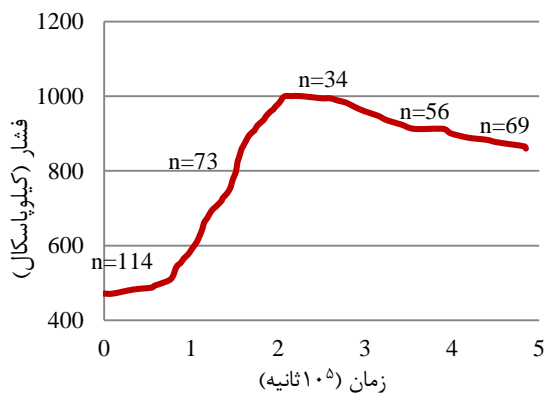
برای بررسی بیشتر اثرات موئینگی در مناطق نزدیک به چاهک‌های تزریق و برداشت، نمودار تغییرات فشار آب با گذر زمان در المان‌های ریز (۲و۲) a و (۲۹و۲۹) b در شرایط لحاظ نمودن و لحاظ نمودن فشارهای موئینگی در شکل ۵ ارائه شده‌اند. همان‌طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، در المان a که نزدیک به محل تزریق است، در مدت زمان اندکی پس از تزریق، فشار آب به صورت ناگهانی بالا می‌رود. در نتیجه در این ناحیه قابلیت تحرک فازی افزایش یافته و آب جایگزین نفت می‌گردد و فشار آب کاهش می‌یابد. در شرایط لحاظ نمودن اثرات موئینگی سرعت جایگزینی آب به جای نفت کاهش یافته و فشار آب دیرتر کاهش می‌یابد. در نتیجه فشار آب در این نقطه پس از تزریق آب در شرایط لحاظ نمودن موئینگی مقدار اندکی (حدود ۱/۵٪ تا ۰/۴٪) بیشتر از شرایط در نظر نگرفتن آن است. همچنین در نقطه b که در مجاورت چاه برداشت است، افزایش فشار آب دیرتر اتفاق افتاده و شدت کمتری دارد. در شرایط لحاظ نمودن فشار موئینگی در این نقطه، فشار آب کاهش می‌یابد. میزان این کاهش قبل از رسیدن افزایش فشار آب ناشی از تزریق به آن بیشتر است. در نهایت، در نظر گرفتن فشار موئینگی در مدل‌سازی انجام شده در مخزن متخلخل نفتی همگن؛ باعث افزایش درصد استخراج نفت به میزان تقریبی ۰/۳٪ شد.

جدول ۱. پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی مخزن و عدد موئینگی فازهای سیال

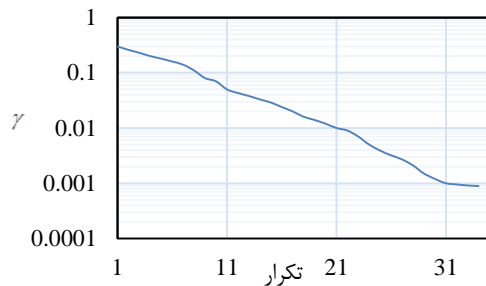
پارامتر	مقدار	واحد
درجه اشباع اولیه نفت	۰/۷۲	-
تخلخل	۰/۳۸۵	-
نفوذپذیری مطلق محیط متخلخل	$۱/۵ \times ۱۰^{-۱۴}$	m^2
وزن مخصوص آب	۱	gr/cm^3
وزن مخصوص نفت	۰/۸۵	gr/cm^3
وزن مخصوص گاز	۰/۱	gr/cm^3
ویسکوزیته دینامیکی آب	۰/۰۰۱	$N.s/m^2$
ویسکوزیته دینامیکی نفت	۰/۰۱	$N.s/m^2$
ویسکوزیته دینامیکی گاز	۰/۰۰۰۱	$N.s/m^2$
نرخ تزریق آب	۱×۱۰^{-۴}	m^3/s
مرتب‌ه حداکثر عدد موئینگی بین آب و نفت	$۱۰^{-۵}$	-
مرتب‌ه حداکثر عدد موئینگی بین آب و گاز	$۱۰^{-۶}$	-
مرتب‌ه حداکثر عدد موئینگی بین نفت و گاز	$۱۰^{-۶}$	-



الف



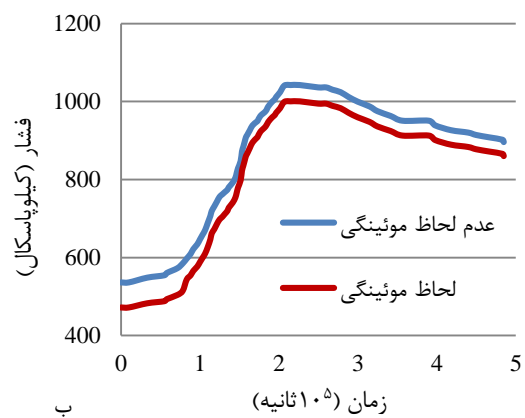
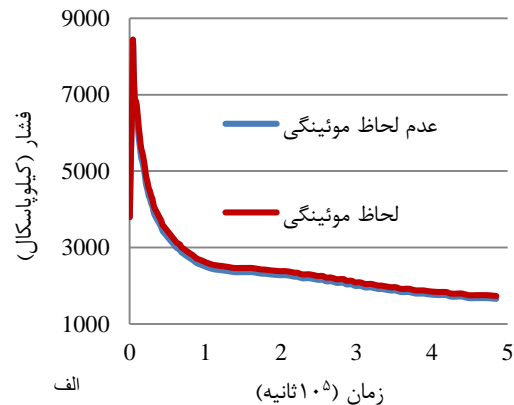
شکل ۶. تعداد تکرارهای لازم برای به دست آوردن فشار پایستار در مجاورت چاهک برداشت



شکل ۷. تغییرات γ در تکرارهای مختلف در زمان $2/5 \times 10^5$ ثانیه در مجاورت چاهک برداشت

۶. بررسی نحوه شبکه بندی در صحت نتایج

برای انتخاب شبکه بندی های درشت و ریز در هر مسئله سه فاکتور باید در نظر گرفته شوند. اول اینکه اندازه شبکه های ریز و درشت در هر مسئله بستگی به مقیاس مناسب برای محاسبه پارامترهای مورد نظر و شرایط مرزی مسئله دارد. دوم اینکه طبیعتاً هر اندازه که تعداد المان ها بیشتر باشد، دقت نتایج بیشتر خواهد بود. در نتیجه دقت قابل قبول در محاسبات نیز در نحوه انتخاب اندازه شبکه ها مؤثر خواهد بود. سوم اینکه کاهش اندازه شبکه ها تأثیر قابل توجهی بر روی زمان لازم برای انجام محاسبات دارد. لازم به ذکر است که همواره تطبیق قابل قبولی میان جواب های به دست آمده از روش چندمقیاسی و نتایج به دست آمده از حل بر روی مقیاس ریز مشاهده می شود. اختلاف موجود با توجه به کاهش قابل ملاحظه هزینه محاسباتی که در ادامه به صورت



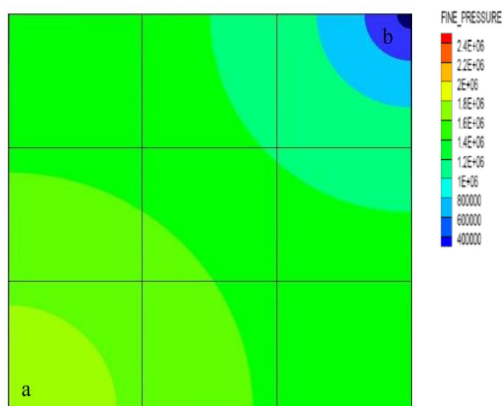
شکل ۵. مقایسه بین فشار آب در مخزن متخلخل نفتی همگن در شرایط لحاظ نمودن و لحاظ نمودن فشار موئینگی در مجاورت چاهک تزریق (الف) و مجاورت چاهک برداشت (ب)

لازم به ذکر است که میزان تأثیر موئینگی در محیط های غیرهمگن قطعاً قابل توجه تر از محیط های همگن بوده و باعث به وجود آمدن بی نظمی در منحنی های فشار خواهد شد. لحاظ نمودن موئینگی در محیط های غیرهمگن و مخصوصاً در مدل سازی ترک های هیدرولیکی می تواند نقش قابل توجهی در پیش بینی اثرات ایجاد ترک در افزایش بازدهی مخزن داشته باشد.

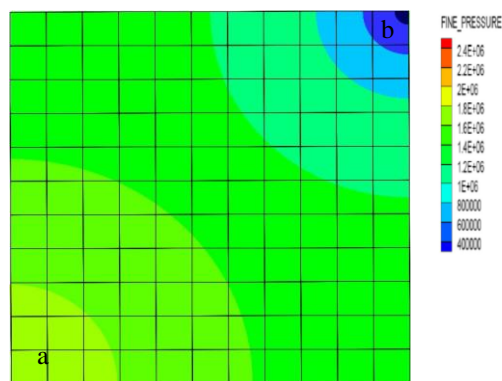
در شکل ۶ تعداد تکرارهای لازم برای به دست آوردن فشار پایستار در مجاورت چاهک برداشت ارائه شده است. معیار همگرایی رابطه $\|p^{n+1} - p^n\| < \gamma$ است. در این آنالیزها مقدار $\gamma = 0.001$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۷ نیز برای محل مذکور در زمان $2/5 \times 10^5$ ثانیه، نمودار γ بر حسب تعداد تکرار رسم شده است.

جدول ۲. مقایسه هزینه محاسباتی روش چند مقیاسی با حل مستقیم بر روی مقیاس ریز (طاهری، ۱۳۹۳)

تعداد المان‌ها (۱۰ ^۴)	حل به روش چندمقیاسی	حل مستقیم بر روی مقیاس ریز	نسبت زمانی پردازش (CTR)
۱	$2/68 \times 10^8$	1×10^{10}	۳۷
۱۰۰	$3/67 \times 10^{10}$	1×10^{14}	۲۷۲۱
۱۰ ^۴	$1/0.2 \times 10^{14}$	1×10^{18}	۹۷۳۹



الف



ب

شکل ۸. مقایسه بین فشار آب در مخزن متخلخل نفتی همگن در شرایط لحاظ نمودن فشار مؤینگی در شرایط شبکه‌بندی درشت ۳×۳ و شبکه‌بندی ریز ۱۱×۱۱ (الف) و در شرایط شبکه‌بندی درشت ۱۱×۱۱ و شبکه‌بندی ریز ۳×۳ (ب)

کاملاً تحلیلی به آن پرداخته می‌شود قابل قبول است. میزان هزینه محاسباتی، وابسته به ابعاد ماتریس ضرایب هر یک از روش‌ها بوده، که توسط رابطه زیر بیان می‌گردد.

$$t(n) = ct_m n^\alpha \quad (15)$$

در رابطه بالا c, α ثابت‌هایی می‌باشند که با توجه به روش حل در نظر گرفته شده، نحوه به دست آوردن مجهولات، میزان حافظه رایانه، میزان پراکندگی^۵ ماتریس دستگاه معادلات و نحوه توزیع پراکندگی و موارد دیگر متفاوت است (Nocedal and Wright, 1999; Golub & Van Loan, 2012).

همچنین t_m زمان لازم برای انجام عملیات واحد جبری^۶ بوده که برحسب سرعت پردازنده (cpu) متفاوت است. زمان به دست آمده در روش چندمقیاسی از جمع زمان چهار مرحله ساخت توابع پایه‌ای و اصلاحی، به‌روزرسانی توابع پایه‌ای و اصلاحی، حل دستگاه معادلات درشت مقیاس و حل دستگاه‌های معادلات جهت فشارهای پایستار حاصل می‌گردد.

از تقسیم زمان به دست آمده جهت حل دستگاه معادلات ریز مقیاس بر زمان به دست آمده از الگوی چندمقیاسی، نسبت زمانی پردازش^۷ به دست خواهد آمد. با توجه به آنچه پیش از این عنوان گردید، ثابت c, α با توجه به شرایط متفاوت می‌باشند. جدول ۲ سرعت پردازش روش چندمقیاسی و روش حل مستقیم و همچنین نسبت پردازش را برحسب t_m برای تعداد المان‌های مختلف با نسبت بالا، مقیاسی معادل $n_{upr} = 10$ در هر راستا و با فرض $c = 10, \alpha = 2$ پس از صد گام زمانی نشان می‌دهد.

همان‌طور که در این جدول مشخص است، با افزایش تعداد المان‌ها صرفه‌جویی زمانی نمود بیشتری پیدا می‌نماید. شایان ذکر است که تعداد المان‌های مخزن در حدود 10^7 - 10^8 المان است. در نتیجه همان‌طور که از جدول مربوطه مشخص است، صرفه‌جویی محاسباتی قابل توجهی در این حدود تعداد المان به دست می‌آید.

^۵ Sparsity

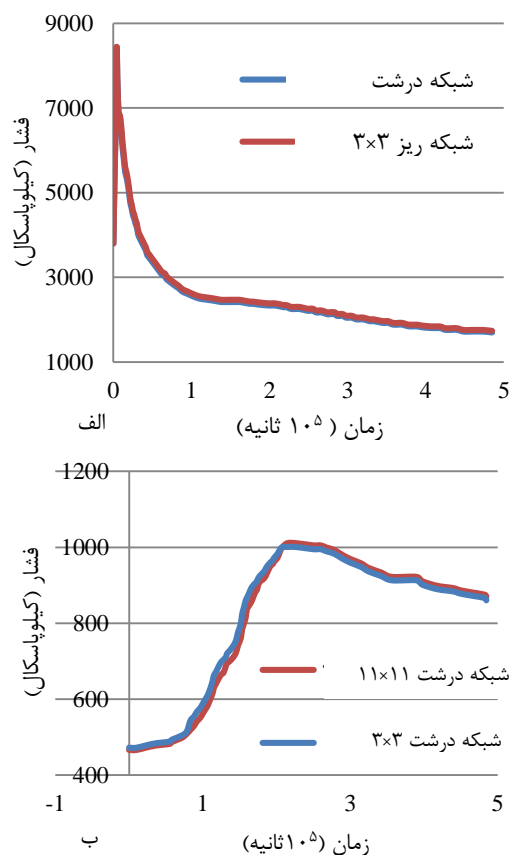
^۶ Floating-point operation

^۷ CPU Time Ratio

نقطه تزریق تقریباً هیچ تفاوتی بین فشار آب در آنالیزهای انجام شده وجود ندارد. با دور شدن از نقطه تزریق و نزدیک شدن به نقطه برداشت، به میزان اندکی اختلاف بین فشار آب به دست آمده از دو آنالیز مشاهده می‌شود. البته این اختلاف در محدوده قابل قبولی قرار می‌گیرد. باید در نظر داشت با افزایش تعداد المان‌های درشت، از یک سو با افزوده شدن گره‌های اصلی، قابلیت حصول جواب‌های دقیق‌تر افزایش می‌یابد؛ اما از سوی دیگر با کاهش تعداد المان‌های ریز بر روی مرزهای سلول‌های درشت، شرایط مرزی با دقت کمتری اعمال می‌گردند. از این رو افزایش تعداد المان‌های درشت علاوه بر افزایش هزینه محاسباتی، به تنهایی باعث افزایش دقت نمی‌گردد. در واقع شبکه‌بندی و تعیین تعداد المان‌های درشت و ریز با توجه به توزیع نفوذپذیری مطلق و شرایط مرزی، متفاوت و وابسته به شرایط مسئله است. همچنین نکته حائز اهمیت دیگر در این زمینه حد پایین برای تعداد المان‌های درشت است. در واقع کاهش تعداد المان‌های درشت تا حد معینی امکان پذیر است.

با کاهش بیشتر تعداد المان‌های درشت، در ابتدای تزریق جواب‌ها در بازه قابل قبولی قرار دارند. اما با گذشت زمان، با توجه به اینکه تعداد بسیاری از المان‌های ریز داخل یک سلول درشت از تزریق متأثر می‌گردند، ماتریس سختی مربوط به المان‌های درشت ناهمگونی شدید پیدا نموده و ناپایدار می‌شود. در نتیجه تعیین ساختار شبکه‌بندی وابسته به شرایط مسئله، تخصص و تجربه تحلیل‌کننده است. البته یک سری راه حل کلی در این زمینه می‌توان ارائه نمود. به عنوان نمونه بهتر است شبکه‌بندی به طریقی صورت گیرد که نقاطی که نفوذپذیری متفاوت و با درجه شدت بیشتری نسبت به محیط پیرامون خود دارند،

در مرزهای المان‌های کمکی واقع نشوند. چراکه در تعیین شرایط مرزی سلول و به دست آوردن فشارهای درشت مقیاس ایجاد خطا می‌نمایند. همچنین در محیط‌هایی که جبهه آب به صورت متمرکز ابتدا یک سلول درشت را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ بدون آنکه سایر المان‌ها را متأثر سازد؛ باید تعداد المان‌های درشت بیشتری لحاظ گردیده تا از ناپایداری حل جلوگیری گردد. لازم به ذکر است که میزان تأثیر شبکه‌بندی در شرایطی که محیط ناهمگن باشد، بیشتر خواهد بود.



شکل ۹. مقایسه بین فشار آب در مخزن متخلخل نفتی همگن در شرایط لحاظ نمودن فشار موئینگی با شبکه‌بندی‌های درشت متفاوت در مجاورت چاهک تزریق (الف) و مجاورت چاهک برداشت (ب)

جهت بررسی نحوه شبکه‌بندی و میزان تأثیر تعداد المان‌های درشت و المان‌های ریز در مسئله مورد نظر، مدل‌سازی این مسئله علاوه بر شبکه‌بندی (11x11-3x3) با شبکه‌بندی (3x3-11x11) نیز انجام گشت. اعداد اول داخل پرانتز نشانگر تعداد سلول‌های درشت و اعداد دوم نشان‌دهنده تعداد المان‌های ریز محصور شده در داخل هر سلول درشت در هر راستا می‌باشند. در هر دو گروه از شبکه‌بندی تعداد سلول‌های ریز ثابت و برابر با تعداد سلول‌های لازم برای انجام آنالیز مورد نظر در روش متداول حل مستقیم بر روی مقیاس ریز انتخاب شده است. نتایج حاصل شده در شکل‌های ۸ و ۹ آمده‌اند. همان‌طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، در مجاورت

۷. نتایج

برای شبیه‌سازی محیط‌های متخلخل مخازن نفتی باید معادلات فازهای سیال و جامد به‌صورت جداگانه حل شوند. با توجه به تفاوت گستره تأثیر هر کدام از این معادلات و همچنین جهت کاهش حجم محاسبات در شرایط ثابت ماندن دقت آن‌ها، روش‌های چندمقیاسی جهت مدل‌سازی مخازن متخلخل نفتی ارائه شدند. با توجه به سختی انتقال داده‌ها در مدل‌های چندمقیاسی بین مقیاس‌ها و فازهای مختلف، در معادلات استفاده شده در این مدل‌ها، بعضی از پارامترها لحاظ نگشته بودند. در مقاله فوق پارامترهای مرتبط با فشار موئینگی در معادلات حاکم بر یک مدل چندمقیاسی اضافه گشتند. سپس مسئله تزریق آب در یک مخزن متخلخل نفتی همگن در شرایط در نظر گرفتن و یا در نظر نگرفتن فشارهای موئینگی شبیه‌سازی شده و نتایج حاصله با یکدیگر مقایسه گشتند.

به صورت کلی موئینگی در مخازن همگن باعث افزایش یافتن فشار آب در مجاورت ناحیه تزریق آب و کاهش یافتن آن در مجاورت ناحیه برداشت نفت می‌گردد. میزان تغییرات فشار آب در شرایط لحاظ نمودن اثرات موئینگی بین ۱/۵٪ تا ۴٪ است. در نتیجه با افزودن پارامترهای موئینگی به مدل‌سازی، میزان نفت قابل استخراج حدوداً ۰/۳٪ بیشتر نشان داده می‌شود. این نتایج نشان می‌دهند که میزان تأثیر فشار موئینگی بر روی توزیع فشار در مخزن در مقایسه با اثرات ویسکوزیته و نیروهای گرانش کمتر است؛ منتها اثرات موئینگی قابل چشم‌پوشی نبوده و باید در مدل‌سازی‌های دقیق مخازن متخلخل نفتی لحاظ گردد. اثر فشار موئینگی در محیط‌های غیر همگن با توجه به نامنظمی ایجاد شده قابل توجه‌تر خواهد بود. با توجه به ناهمگن بودن اکثر مخازن نفتی ایران و همچنین نیاز مخازن نفتی همگن به ایجاد ترک هیدرولیکی در آن‌ها در جهت افزایش بازدهی، پیشنهاد می‌شود تا اثرات موئینگی حتماً در مدل‌سازی‌های مربوطه لحاظ گردند.

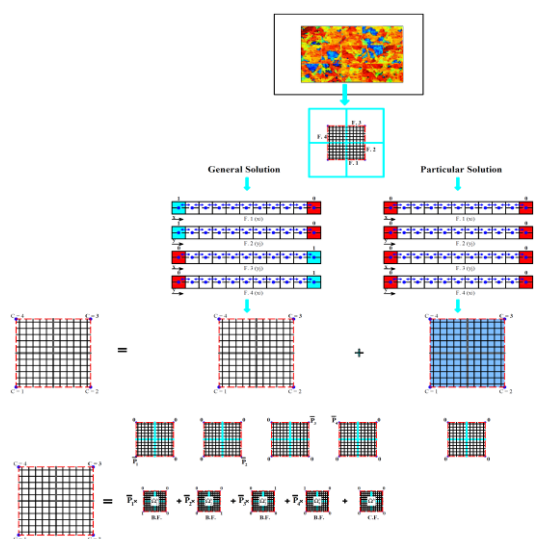
۸. پیوست (نحوه شبکه‌بندی و انتقال داده‌ها در روش چندمقیاسی)

مدل‌سازی چندمقیاسی استفاده شده در این مقاله، شامل سه شبکه به شرح درشت، درشت دوگانه یا کمکی و ریز است.

ابعاد سلول‌های شبکه درشت دوگانه برابر با ابعاد سلول‌های شبکه درشت است. چیدمان شبکه دوگانه به نحوی است که هر سلول دارای چهار گره است که یا مراکز سلول‌های درشت هستند و یا مرزهای محیطی هستند و دارای مقدار می‌باشند. داخل هر سلول درشت نیز شبکه ریز قرار دارد. ابعاد شبکه ریز از الگوی زمین‌شناختی به‌دست آمده است. ابتدا با استفاده از شبکه درشت دوگانه و روش احجام محدود فشار سیال در مراکز سلول‌های درشت که همان گره‌های سلول‌های شبکه دوگانه هستند، به‌دست می‌آید. سپس مقادیر فشار سیال در سلول‌های ریز از هر سلول درشت محاسبه می‌شوند و پس از آن مقادیر فشار فاز جامد در سلول‌های درشت محاسبه شده و کرنش‌های فاز جامد در شبکه درشت محاسبه شده و این مقادیر به فاز سیال انتقال داده می‌شوند. شبکه درشت دربرگیرنده ۸ گره با چیدمان سرنیپیتی است. تفاوت اصلی روش چندمقیاسی با روش ریزمقیاس معمول در کاهش زمان آنالیز در روش چندمقیاسی در شرایطی است که از دقت آنالیز به میزان قابل توجهی کاسته نشود.

در صورتی که مشابه با آنالیز انجام شده در این مقاله، مخزن با ۹ سلول درشت که هرکدام دربرگیرنده ۱۲۱ سلول ریز هستند مدل شود؛ در روش ریزمقیاس یک شبکه ۳۳ در ۳۳ حل می‌شود. در حالی که در روش چندمقیاسی ۹ شبکه ۱۱ در ۱۱ حل می‌شود و سپس تکرار به نحوی انجام می‌شود که خطای جواب در مرزهای این ۹ شبکه به مقدار مجاز برسد. بدین صورت در زمان انجام آنالیز صرفه‌جویی قابل توجهی صورت خواهد پذیرفت. معادله دارای ترکیبی از فشار و کرنش حجمی است. در ابتدا معادله جرم مجموعه حل گردیده و فشار به دست آمده در رابطه تعادل جایگذاری شده و با استفاده از روابط ساختاری مربوط، تغییر مکان‌های هر گره به دست خواهد آمد. تغییر مکان‌های حاصله در گره‌ها با استفاده از شبکه‌بندی ریز و رابطه کرنش تغییر مکان به کرنش‌های حجمی ریز مقیاس تبدیل می‌گردند. کرنش‌های حجمی حاصله مجدداً در رابطه (۲) قرار داده می‌شود تا همگرایی فشار حاصل گردد. با توجه به ناپایستار بودن مبنای فشار حاصله، مرحله دیگری جهت پایستار نمودن مبنای فشار و حل معادله جرم فازهای سیال و به دست آوردن درجه اشباع هر فاز بر مبنای فشار پایستار ارائه می‌گردد. با توجه به اینکه شرایط مرزی اعمال شده در مرزهای زیر پهنه‌ها دقیق نبوده و به

اصلاحی است. از این رو پس از اعمال شرایط مرزی بر روی هر یک از زیر پهنه‌های کمکی، تفکیک به طریقی صورت خواهد پذیرفت که کلیه مقادیر وابسته به فشار (دانسیتته فازهای سیال و تغییر شکل فاز جامد) بر عهده توابع اصلاحی قرار گرفته و توابع پایه‌ای بر مبنای تغییر قابلیت حرکت فازی که وابسته به درجه اشباع است، به‌روزرسانی گردند (Sadrnezhad et al., 2014).



شکل ۱۰. نحوه تفکیک مسئله به دو بخش عمومی و خصوصی و تعیین شرایط مرزی به کمک حل مسئله به صورت کاهش یافته بر بعد (طاهری، ۱۳۹۳)

همچنین، حل معادله انتقال جهت تعیین درجه اشباع هر فاز به صورت صریح و در هر گام زمانی صورت می‌پذیرد. در واقع با این تدبیر محاسبه توابع پایه‌ای که بخش عمده‌ای از محاسبات را تشکیل می‌دهند، از حلقه فشار خارج می‌گردند. علاوه بر آن چنان‌که در ادامه توضیح داده خواهد شد، با توجه به اینکه در طول تحلیل مخزن، تنها بخش کوچکی از تغییرات درجه اشباع متأثر می‌شود؛ از این رو جهت افزایش کارایی محاسباتی به‌روزرسانی توابع پایه‌ای تنها برای المان‌های کمکی که المان‌های ریز مقیاس آن‌ها از تغییرات قابلیت

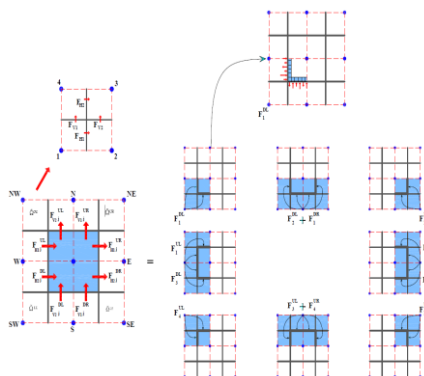
صورت کاهش یافته بر بعد^۸ اعمال گردیده‌اند، شرایط مرزی بر مبنای فشارهای حاصله اصلاح شده و تا همگرایی به حد مورد نظر به‌روزرسانی می‌شوند. ساختار آنالیز چندمقیاسی از دو عملگر اصلی تشکیل یافته است. عملگر اول تأثیر نفوذپذیری در مقیاس زمین‌شناختی را با استفاده از انتگرال‌گیری بر روی فشارهای ریز مقیاس حاصله از دو سری تابع شکل، توابع پایه-ای (Basis function) Φ_k^h و توابع اصلاحی (Correction function) Φ^h به مقیاسی بالاتر تبدیل می‌نمایند. عملگر دوم همچنین از دو سری توابع صدرا اشاره جهت به دست آوردن فشارهای ریز مقیاس و شارهای ناشی از آن و به دست آوردن فشارهای پایستار بر روی مقیاس اصلی استفاده می‌نمایند. قابل ذکر است توابع شکل مورد اشاره با توابع شکل کلاسیک در اجزاء محدود متفاوت می‌باشند. از دیدگاه ریاضی توابع مربوطه در واقع حل عمومی و حل خصوصی رابطه (۱۰) با شرایط مرزی محلی^۹ می‌باشند.

به بیان دیگر توابع پایه‌ای و اصلاحی حل همگن و غیرهمگن رابطه (۱۰) با در نظر گرفتن حل شرایط مرزی کاهش یافته بر بعد^{۱۰}، بر روی مرزهای المان‌های کمکی مطابق آنچه در شکل ۱۰ به تصویر کشیده شده، می‌باشند. فرض حل مسئله به صورت کاهش یافته در بعد بر روی مرزهای المان درشت کمکی بر این اساس است که از شارهای عمود بر راستای مرز صرف‌نظر می‌نماید. به این طریق شرایط مرزی با حل کاهش یافته مسئله و به صورت سیستماتیک بر روی هر زیر پهنه اعمال می‌گردد. در واقع همان‌طور که از شکل بالا مشخص است، ابتدا مسئله بر روی المان‌های واقع بر مرزهای المان کمکی به صورت کاهش یافته بر بعد حل می‌گردد. قابل ذکر است جهت حل معادله به صورت کامل، ابتدا معادله اصلی به دو بخش عمومی (بدون در نظر گرفتن سمت راست) و خصوصی (با در نظر گرفتن سمت راست) تفکیک می‌شود. سپس توابع شکل مورد اشاره بر مبنای شرایط مرزی حاصله از جواب‌های حل مسئله به صورت کاهش یافته بر بعد که بر روی مرزها به صورت شرایط دریکله اعمال گردیده، بر روی پهنه حاصل می‌شوند. البته باید توجه داشت، هزینه محاسباتی توابع پایه‌ای در حالت دوبعدی چهار برابر بیشتر از توابع

^۸ Reduced Order

^۹ Localized Assumption

^{۱۰} Reduce problem boundary condition



شکل ۱۱. چگونگی اعمال شارهای ناشی از گره‌های پیرامون سلول درشت. همچنین نحوه نام‌گذاری شارهای مربوط به هر یک از المان‌های کمکی و رئوس آن‌ها (طاهری، ۱۳۹۳)

حال با توجه به آنچه تاکنون عنوان شد، دستگاه معادلات درشت مقیاس را می‌توان به صورت پایستار بر روی درشت مقیاس و بر مبنای شارهای ورودی و خروجی به هر یک از سلول‌های درشت تنظیم کرد. از سوی دیگر، جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۰) و انتگرال‌گیری بر روی سلول‌های درشت نتیجه می‌دهد:

$$\int_{\bar{\Omega}_i} \frac{C_c}{\Delta t} \left(\sum_{h=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \Phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \Phi^{h^v} \right) - p^v \right) d\Omega - \int_{\bar{\Omega}_i} \nabla \cdot \left(\lambda_r \nabla \left(\sum_{h=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \Phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \Phi^{h^v} \right) \right) \right) d\Omega \quad (17)$$

$$= \int_{\bar{\Omega}_i} RHS^v d\Omega$$

با به کارگیری قانون گوس (Gauss) خواهیم داشت:

$$\int_{\bar{\Omega}_i} \frac{C_c}{\Delta t} \left(\sum_{h=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \Phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \Phi^{h^v} \right) - p^v \right) d\Omega - \int_{\partial \bar{\Omega}_i} \left(\lambda_r \nabla \cdot \left(\sum_{h=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \Phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \Phi^{h^v} \right) \right) \right) \cdot \tilde{\mathbf{n}}_i d\Gamma \quad (18)$$

$$= \int_{\bar{\Omega}_i} RHS^v d\Omega$$

یک سیستم غیرخطی معادله (۱۹) را تشکیل خواهد داد.

$$\mathbf{A}_{ik} \mathbf{p}_k^{v+1} = \mathbf{b}_i^v \quad (19)$$

که در آن:

$$\mathbf{A}_{ik} = \sum_{h=1}^N \left(\int_{\bar{\Omega}_i} \frac{C_c}{\Delta t} \Phi_k^h d\Omega - \int_{\partial \bar{\Omega}_i} (\lambda_r \nabla \Phi_k^h) \cdot \tilde{\mathbf{n}}_i d\Gamma \right) \quad (20)$$

تحركت فازی متأثر شده، صورت خواهد پذیرفت. با هم‌گذاری دو سری توابع شکل خواهیم داشت:

$$p_f(x) \approx p^v(x) = \sum_{h=1}^N \left[\sum_{k=1}^M \Phi_k^h(x) \bar{p}_k + \Phi^h(x) \right] \quad (16)$$

که در رابطه بالا \bar{p}_k فشار در مراکز سلول‌های درشت x_k است. حال جهت به دست آوردن فشارهای درشت مقیاس، یک سلول درشت مقیاس با المان‌های کمکی که هر کدام در نقطه مرکزی سلول درشت دارای رئوس مشترک هستند را در نظر می‌گیریم. شکل ۱۱ نحوه اعمال شار توسط هر یک از رئوس المان‌های کمکی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، شارهای ورودی به المان درشت از ۹ گره پیرامونی منشأ می‌گیرند. جهت بررسی هر کدام از چهار المان کمکی با حروف (UR, UL, DR, DL) که به ترتیب مربوط به المان‌های کمکی بالا - راست، بالا - چپ، پایین - راست و پایین - چپ می‌باشند، نشان داده شده است. قابل ذکر است، هر یک از چهار المان کمکی نامبرده از طریق رئوس خود که با پایین نویس j مشخص شده‌اند، به سلول درشت اشاره شده شار اعمال می‌کنند.

مقدار و جهت شار اعمالی بستگی به توزیع فشار در آن ناحیه دارد. همان‌طور که در شکل مربوطه مشخص است، شار اعمالی با توجه به میدان فشار و نفوذپذیری می‌تواند مقدار و راستای متفاوتی را در مقیاس ریز داشته باشد. اما در کل شار حاصله در درشت مقیاس، از جمع شارهای ریز مقیاس مربوط به هر یک از گره‌ها به دست می‌آید که با $F_{m_j}^i$ نشان داده می‌شود. پایین نویس m مربوط به محل یکی از چهار نیم ضلع داخلی المان کمکی و بالانویس i مربوط به محل المان کمکی مربوطه است. به عنوان نمونه $F_{(v1)2}^{UR}$ ، نشان‌دهنده شار عبوری به واسطه رأس شماره ۲ المان کمکی بالا سمت راست و از نیم ضلع افقی اول (که شار به صورت عمودی از آن عبور می‌کند) نسبت به محورهای اصلی مختصات است. قابل ذکر است، شارها در جهت قراردادی مثبت ترسیم شده‌اند. و در تعیین انتقال‌پذیری‌های هر سلول درشت، بردار عمود بر سطح به سمت خارج، با علامت جبری مثبت در نظر گرفته شده است.

جهت به دست آوردن فشار پایستار مورد استفاده خواهد بود.

$$-\nabla \cdot (\lambda_i \cdot \nabla p^v) = RHS^v \quad (22)$$

که در رابطه بالا $-\lambda_i \cdot \nabla p^v$ بر روی مرزهای $\partial\Omega_k$ اعمال می-گردد. در واقع همان طور که در شکل ۱۲ نمایش داده شده است، شارهای حاصله از میان هر یک از المان های کمکی به صورت شرایط مرزی نیومن بر روی هریک از سلول های درشت (به طور نمونه بر روی سلول درشت شماره ۶) اعمال می شود. میدان فشار به دست آمده به صورت پایستار بوده و با p^v نمایش داده می شوند. میدان فشار پایستار به دست آمده، جهت حل معادله درجه اشباع مورد استفاده قرار خواهد گرفت. همچنین قابل ذکر است، جهت حل معادله درجه اشباع به منظور در نظر گرفتن جهت حرکت در به دست آوردن ضرایب مربوط به سهم شار از روش جهت مند (Upwind) استفاده خواهد گردید که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

جدول ۳. انتقال پذیری شارهای اعمالی از گره های پیرامونی به هر سلول درشت (طاهری، ۱۳۹۳)

انتقال پذیری شارهای مربوطه به سلول درشت ناشی از گره های ۸ کانه	ماتریس ضرایب A_{ik}
$-F_{(H1)3}^{UL} + F_{(V2)3}^{UL} + F_{(H1)4}^{UR} + F_{(V1)4}^{UR}$	TN
$-F_{(H2)2}^{DL} - F_{(V2)2}^{DL} + F_{(H2)1}^{DR} - F_{(V1)1}^{DR}$	TS
$-F_{(H1)1}^{UL} + F_{(V2)1}^{UL} - F_{(H2)4}^{DL} - F_{(V2)4}^{DL}$	TW
$F_{(H1)2}^{UR} + F_{(V1)2}^{UR} + F_{(H2)3}^{DR} - F_{(V1)3}^{DR}$	TE
$-F_{(H1)4}^{UL} + F_{(V2)4}^{UL}$	TNW
$F_{(H1)3}^{UR} + F_{(V1)3}^{UR}$	TNE
$-F_{(H2)1}^{DL} - F_{(V2)1}^{DL}$	TSW
$F_{(H2)2}^{DR} - F_{(V1)2}^{DR}$	TSE

$$\mathbf{b}_i^v = \int_{\bar{\Omega}} \left(RHS^v + \frac{C_c}{\Delta t} p^v \right) d\Omega - \sum_{h=1}^N \left(\int_{\bar{\Omega}} \frac{C_c}{\Delta t} \Phi^{h^v} d\Omega - \int_{\partial\bar{\Omega}} \lambda_i \cdot \nabla \Phi^{h^v} \cdot \bar{\mathbf{n}}_i d\Gamma \right) \quad (21)$$

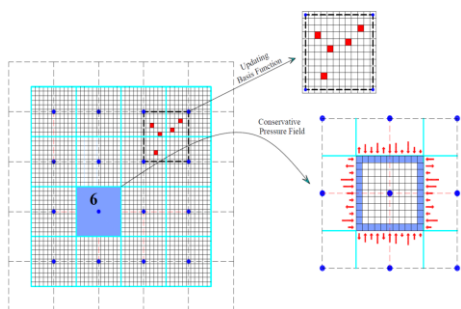
خواهند بود. در واقع چنان که به صورت فیزیکی نیز تشریح گردید، ماتریس ضرایب از طریق شارهای اعمالی به سلول درشت و بر پایه گرادینان توابع پایه و حاصل ضرب تراکم پذیری فازهای مختلف در توابع پایه ای به دست خواهد آمد. با توجه به آن چه تاکنون عنوان شد، ماتریس ضرایب یک ماتریس $M \times M$ بوده که M تعداد سلول های درشت است. از سوی دیگر با تعبیر فیزیکی ارائه شده، هر یک از سلول های درشت دارای یک سطر در دستگاه معادلات اصلی می باشند که به صورت ۹ گره ای در هر سطر از دستگاه معادلات خواهد بود.

سهم هر گره در هر یک از سطور دستگاه مختصات مرتبط با سلول درشت مورد نظر از جدول زیر به دست می آید. همچنین سهم گره مورد نظر که بر روی قطر اصلی قرار دارد، از جمع جبری شارهای اعمالی به المان حاصل می گردد ($T_p = \sum_{Nb \in NB} T_{Nb}$).

که در آن $NB = \{N, S, W, E, NW, NE, SW, SE\}$

مربوط به گره های پیرامونی هر سلول درشت است. در نهایت با تشکیل دستگاه معادلات درشت مقیاس، فشارهای مربوط به هر یک از سلول های درشت $\bar{\mathbf{p}}_k^{v+1}$ حاصل می گردد. همان طور که مشخص است، فشارهای درشت مقیاس حاصله با بالانویس $v+1$ نمایش داده شده است. در واقع با توجه به اینکه بردار سمت راست معادله وابسته به فشار است، صورت گرفته به صورت ضمنی و از طریق روش تکرار همگرا خواهد گردید. با به کار بردن $\bar{\mathbf{p}}_k^{v+1}$ در رابطه (۱) فشار ریز مقیاس p^{v+1} حاصل خواهد شد. روش تکرار تا همگرایی مورد نظر $\|p^{v+1} - p^v\| < \gamma$ ادامه خواهد داشت. در رابطه ارائه شده، γ حد همگرایی مورد نظر است. اما به هر روی فشار ریز مقیاس حاصله پایستار نبوده، که در حل معادله درجه اشباع مورد نیاز است. از این رو گام دیگری مورد نیاز است تا فشار ناپایستار حاصله جهت به دست آوردن شار بر روی مرزهای سلول درشت مورد استفاده قرار گیرد. به عبارت دیگر رابطه (۲۲) با شرایط مرزی حاصله از میدان فشار ناپایستار

گرفته شده تجاوز ننماید، معادله تعادل فشار بر مبنای فشارهای ریز مقیاس حاصله حل می‌گردد. بر مبنای تأثیر تغییر مکان‌های ناشی از فشارهای اعمالی بر پهنه‌های فاز جامد، فشارها تغییر کرده، که این امر به صورت اندرکنش دوطرفه توسط گام تنیده سازی جامد و سیال کنترل می‌گردد.



شکل ۱۲. نمایش اعمال شرایط مرزی نیومن بر سلول‌های درشت جهت به دست آوردن فشارهای پایستار، همچنین المان کمکی که توابع پایه‌ای در آن نیاز به بروز رسانی دارند (طاهری، ۱۳۹۳)

پس از همگرایی توأم فشارهای به‌دست‌آمده، شارهای ناشی از فشارهای حاصله، مطابق آنچه پیش از این ارائه شد، به روی مرزهای هر یک از زیر پهنه‌ها اعمال و فشارهای پایستار به دست می‌آیند. این گام جهت پایستاری جرمی برای حل معادله انتقال ضروری است. در نهایت پس از به دست آوردن فشارهای پایستار، درجه اشباع فازهای سیال به دست آورده می‌شوند. قابل ذکر است، معادله تعادل فاز جامد را نیز می‌توان با استفاده از فشارهای پایستار حل نمود.

اما باید در نظر داشت معادله تعادل فاز جامد به پایستاری جرمی حساس نیست، از این‌رو جهت افزایش کارایی محاسباتی معادله تعادل فاز جامد بر مبنای فشارهای ریز مقیاس محاسبه گردیده و پس از آن فشارهای ریز مقیاس پایستار محاسبه می‌گردند. قابل ذکر است درجه اشباع به دست آمده در گام بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدیهی است می‌توان درجه اشباع را نیز به صورت ضمنی در داخل حلقه قرار داد. این کار محدودیت در گام زمانی را بر می‌دارد اما از یک طرف برنامه را بسیار پیچیده می‌نماید و از طرف دیگر با توجه به وابستگی توابع پایه‌ای به قابلیت تحرک پذیرگی که خود تابعی از درجه اشباع است به شدت هزینه محاسبات را افزایش خواهد داد.

علاوه بر این چنان‌که اشاره شد، به‌روزرسانی توابع پایه‌ای هزینه محاسباتی زیادی را دربردارد. البته چنان‌که تشریح شد، با توجه به تفکیک حل عمومی و خصوصی و جداکردن توابع پایه‌ای از پارامترهای وابسته به فشار، به‌روزرسانی توابع پایه‌ای در هر گام زمانی و با توجه به تغییرات قابلیت تحرک پذیری و بر مبنای تغییرات درجه اشباع صورت می‌پذیرد. اما از سوی دیگر، تغییرات درجه اشباع در طول تحلیل مخزن در هر گام زمانی، تنها قسمتی از مخزن را تحت تأثیر قرار می‌دهد. از این‌رو با استفاده از تعریف محدوده‌ای جهت تغییرات قابلیت تحرک‌پذیری کل، به‌روزرسانی تنها در محدوده‌ای که تغییرات از میزان معین شده فراتر باشد صورت می‌گیرد.

$$1 - \delta < \frac{\lambda_4^n}{\lambda_4^{n-1}} < 1 + \delta \quad (23)$$

که در رابطه بالا λ_4^n و λ_4^{n-1} ، قابلیت تحرک پذیرگی کل در دو گام زمانی متوالی و δ ، حد در نظر گرفته شده است. شکل ۱۲ المان کمکی را نشان می‌دهد که در آن میزان قابلیت تحرک پذیرگی از میزان آستانه‌ای در نظر گرفته شده، فراتر رفته است. از این‌رو توابع پایه‌ای مربوط به آن باید به روزرسانی گردد.

در واقع پس از شروع هر گام زمانی، ابتدا تغییرات قابلیت تحرک‌پذیری کل بر مبنای تغییرات درجه اشباع مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه در صورتی که قابلیت تحرک‌پذیری کل از مقدار تعیین شده تجاوز نماید، توابع پایه‌ای به‌روزرسانی می‌گردند. در غیر این صورت ادامه حل مسئله مستقیماً به حلقه تنیده سازی جامد و سیال وارد می‌گردد. در این بخش ابتدا، توابع اصلاحی بر مبنای تغییرات فشار به‌روزرسانی می‌گردند. چنان‌که پیش از این نیز اشاره شد، در این روش کلیه تأثیرات وابسته فشار بر عهده توابع اصلاحی قرار داده شده است. این امر با توجه به تعداد کمتر توابع پایه‌ای نسبت به توابع اصلاحی هزینه محاسباتی کمتری را در بر خواهد داشت.

پس از به دست آوردن توابع پایه‌ای و اصلاحی با توجه به روابط (۱۹) الی (۲۱)، ماتریس ضرایب و بردار سمت راست معادله فشار تعیین شده، فشارهای درشت مقیاس به دست می‌آید. با استفاده از فشارهای درشت مقیاس حاصله و استفاده از رابطه (۱۶) فشارهای ریز مقیاس به دست می‌آیند. سپس همگرایی فشار با توجه به تغییرات پارامترهای وابسته به فشار در فازهای سیال مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در صورتی که تغییرات فشارهای ریز مقیاس در دو گام متوالی از مقدار در نظر

۹. مراجع

- Aarenes, J., E.; Kippe, V.; Lie, K., A.; Rustad, A., B.; (2007); "Modelling of Multiscale Structures in Flow Simulations for Petroleum Reservoirs. In Geometrical Modeling", Numerical Simulation and Optimization Applied Mathematics at SINTEF. Springer, Verlag.
- Askarinezhad, R.; (2010); "A new statistical approach to pore/throat size distribution of porous media using capillary pressure distribution concept", Journal of Petroleum Science and Engineering, 75, 100–104.
- Ding, M., Kantzas, A.; (2005); "Investigation of Critical Capillary Number for Gas-Water System through Experiment and Reservoir Simulation", International Symposium of the Society of Core Analysis held in Toronto, Canada, 21-25.
- Golub, G., H.; Van Loan, C., F.; (2012); "Matrix Computations", The Johns Hopkins University Press.
- Hajibeygi, H.; Bonfigli, G.; (2008); "Hesse, M.A., Jenny, P. Iterative multiscale finite-volume method" Journal of Computational Physics, 227, 8604–8621.
- Hajibeygi, H.; Jenny, P.; (2009); "Multiscale finite-volume method for parabolic problems arising from compressible multiphase flow in porous media", Computational Physics, 228, 5129-5147.
- Jenny, P.; Lee, S., H.; Tchelepi, H., A.; (2004); "Adaptive Multiscale Finite-Volume Method For Multiphase Flow And Transport In Porous Media. Multiscale Model", Simul., 3, 50–64.
- Jenny, P.; Lee, S., H.; Tchelepi, H., A.; (2006); "Adaptive fully implicit multi-scale finite-volume method for multiphase flow and transport in heterogeneous porous media", Journal of Computational Physics, 217(2), 627-641.
- Jenny, P.; Lee, S., H.; Tchelepi, H., A.; (2003); "Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation", Computational Physics, 187, 47-67.
- Lee, S., H.; Wolfsteiner, C.; Tchelep, H., A.; (2008); "Multiscale finite-volume formulation for multiphase flow in porous media: black oil formulation of compressible, three-phase flow with gravity", Computational Geoscience, 12, 351-366.
- Lomeland, F., Ebeltoft, E., Hammervold, T. W., A new versatile capillary pressure correlation, SCA, 8, (2008).
- Lunati, I.; Jenny, P.; (2006); "Multiscale finite-volume method for compressible multiphase flow in porous media", Computational Physics, 216, 616-636.
- Lunati, I.; Jenny, P.; (2008); "Multiscale finite-volume method for density-driven flow in porous media.", Computational Geoscience, 12, 337-350.
- Lunati, I.; Jenny, P.; (2007); "Treating Highly Anisotropic Subsurface Flow With The Multiscale Finite-Volume Method. Multiscale Model" Simul, 6, 308-318.
- Nocedal, J., Wright, S.; (1999); "Numerical Optimization", Springer Series in Operations Research and Financial Engineering .
- Monaghan, J. J.; (1985); "Particle methods for hydrodynamics", Computer Physics Reports, 3, 2, 71-124.
- Sadrnezhad, S., A.; Ghasemzadeh, H.; Taheri, E.; (2013); "Multiscale Advance Features in Modeling Oil Transport in Porous Media", 21st Annual International Conference on Mechanical Engineering.
- Sadmejad, S. A., Ghasemzadeh, H., Taheri, E.; (2014); "Multiscale Multiphysic Mixed Geomechanical Model in Deformable Porous Media", Journal for Multiscale Computational Engineering, 12, 6, 529–547.

Taheri, E.; Sadrnezhad, S., A.; Ghasemzadeh, H.; (2015); "Multiscale geomechanical model for a deformable oil reservoir with surrounding rock effects", International journal for multiscale computational engineering, 13 (6), 533-559.

Tchelepi, H., A.; Jenny, P.; Lee, S., H.; Wolfsteiner, C.; (2007); "Adaptive multiscale finite volume framework for reservoir simulation", SPE J, 12, 188-195.

Tiab, D.; Donaldson, E., C.; (2012); "Petrophysics theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties", third edition, Gulf professional publishing.

Tomin, P.; Lunati, I.; (2015); "Local-global splitting for spatiotemporal-adaptive multiscale methods", Journal of Computational Physics, 280, 214-231.

Wen, X., H.; Durlofsky, L., J.; Edwards, M., G.; (2003); "Use of Border Regions for Improved Permeability Upscaling. Mathematical Geology", 35, 521-547.

اکبر اشرفی، فاطمه؛ (۱۳۹۰)؛ "شبیه‌سازی شارش دوفازی سیال در محیط‌های ترک‌دار"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده علوم، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی.

طاهری، احسان؛ (۱۳۹۳)؛ "مدل‌سازی چند مقیاسی حرکت در محیط متخلخل تغییر شکل‌پذیر"، پایان‌نامه دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی.

عرفانی گهروئی، ح.، ر.؛ امانی، م.؛ (۱۳۹۳)؛ "مطالعه تأثیر خواص سنگ و سیال بر نمودار فشار موینگی به روش مدل‌سازی شبکه‌ای فضای متخلخل"، دومین همایش ملی نفت و گاز ایران.

نورمحمدی ارانی، ص.؛ جمشیدی، س.؛ (۱۳۹۳)؛ "بررسی و تعیین انواع سنگ مخزن در یکی از میادین ایران" دومین کنگره مهندسی نفت ایران.

هاشمی، م.؛ بشیری، غ.؛ جزایری، م.؛ (۱۳۹۳)؛ "به‌کارگیری روش *LET* برای تخمین منحنی‌های فشار موینگی سنگ کربناته یکی از میادین هیدروکربوری ایران"، پژوهش نفت، ۷۹، ۷۲-۸۲.