



## روش نوین ایجاد و خوشه‌بندی مدل شبکه حفرات محیط متخلخل

فرزاد برزگر<sup>۱</sup>؛ محسن مسیحی<sup>۲\*</sup>؛ محمد آزادی تبار<sup>۳</sup>

۱. دانشجو؛ دانشکده‌ی مهندسی شیمی و نفت، دانشگاه صنعتی شریف

۲. استاد؛ دانشکده‌ی مهندسی شیمی و نفت، دانشگاه صنعتی شریف

۳. دانشجو؛ دانشکده‌ی مهندسی شیمی و نفت، دانشگاه صنعتی شریف

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۱۳

(DOI): 10.22107/JPG.2019.159974.1077

واژگان کلیدی	چکیده
مدل شبکه حفرات خوشه‌بندی توزیع اندازه حفرات توزیع عدد هم‌آرایی تخلخل	هندسه‌ی محیط متخلخل از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در آنالیز خواص انتقالی است. مدل حفره-گلوگاه به منظور توصیف خواص انتقالی در محیط متخلخل استفاده می‌شود. در این مطالعه، روشی برای ایجاد شبکه حفرات بر اساس مشخصه‌های استاتیک مربوط به محیط متخلخل ارائه شده است. در این روش، با استفاده از توزیع اندازه حفرات، توزیع عدد هم‌آرایی و تخلخل مشخص، یک مدل شبکه حفراتی نامنظم ایجاد می‌شود. مدل ارائه‌شده بر مبنای توابع احتمالی ایجاد می‌شود، به همین دلیل دارای جواب‌های متنوعی است. با قرار دادن تخلخل به‌عنوان تابع هدف، شبیه‌سازی تا رسیدن به نقطه تطابق میان تخلخل ورودی و مدل توسعه داده‌شده، ادامه می‌یابد. این مدل نامنظم، شامل خواص استاتیک مدنظر از قبیل توزیع اندازه حفرات، توزیع عدد هم‌آرایی و تخلخل است. عدد هم‌آرایی برای این مدل می‌تواند بین ۰ تا ۲۶ متغیر باشد. در این مدل، الگوریتم خوشه‌بندی به‌گونه‌ای است که شبکه مرتبط به تخلخل مفید به صورت مجزا نمایش داده شود. نوآوری این مدل اعمال هم‌زمان اثر تخلخل، ایجاد تصادفی محل قرارگیری حفرات، امکان ایجاد گلوگاه در تمامی جهت‌ها، خوشه‌بندی و تعیین محدوده حرکتی سیال در هر خوشه است. در انتها، پارامترهای استخراجی از تصاویر سی‌تی‌اسکن مربوط به یک سنگ سیلیکای مصنوعی حاصل از الگوریتم کره‌های بیشینه اصلاح‌شده به‌عنوان ورودی مدل، استفاده شده است. مقایسه نتایج حاصل از دو مدل نشان از انطباق مناسب میان مشخصه‌های استاتیکی و ساختاری است.

### ۱. پیش‌گفتار

مدل‌های اولیه شبکه حفرات شامل مدل لوله‌های موازی، مدل شبکه لوله‌های متقاطع ارائه‌شده توسط فت (I. Fatt, 1956a); I. Fatt, (1956b); I. Fatt, (1956c) مدل گلوله و میله ارائه‌شده توسط چندلر و همکاران (Chandler, Koplík, Lerman, & Willemsen, 1982)، کولپلیک (Koplík & Lasseter, 1985) و مدل دوبعدی چند هرمی تولدو (Toledo, Scriven, & Davis, 1994) هیچ‌کدام به طور کامل بیانگر ساختار هندسی واقعی سنگ مخزن نبودند. استفاده از تصاویر سی‌تی‌اسکن سه‌بعدی امکان ایجاد تصویر واقعی از فضای داخلی سنگ با دقت میکرون را فراهم می‌کند (Al-Raoush & Willson, 2005). فرآیند تصویربرداری سه‌بعدی از سنگ پرهزینه است، بنابراین امروزه استفاده از

هندسه سنگ مخزن یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در آنالیز خواص ایستا و پویا در سنگ مخزن است (Joekar-Niasar & Hassanizadeh, 2012). مدل‌های شبکه حفرات در واقع مختصات هندسی ساده‌شده و هم‌ارز با محیط متخلخل واقعی هستند (Blunt, Jackson, Piri, & Valvatne, 2002). استفاده از این مدل‌ها برای محاسبه‌ی پارامترهای ایستا و پویای سنگ مخزن کاربرد وسیعی دارد (Reeves & Celia, 1996). این مدل‌ها امکان آنالیز رفتار سنگ مخزن در مقیاس مغزه را فراهم می‌کنند (Joekar-Niasar & Hassanizadeh, 2012) و در تعیین پارامترهایی از قبیل نمودار فشار موینگی، تخلخل مؤثر، تراوایی و ... استفاده می‌شود (Xiong, Baychev, & Jivkov, 2016).

ناحیه متخلخل ارائه دادند. آن‌ها در روش اول، ساختار حفرات را از یک دسته‌بندی گره‌ای شبیه‌سازی شده توسط رایانه استخراج کردند. همچنین از الگوریتم ادغام سه حفره‌ای به همراه روش اصلاح شده‌ی ندر-مید به منظور تولید توزیع عدد هم‌آرایی و اندازه حفرات استفاده کردند. این الگوریتم را با یک مدل ساده منظم با پارامترهای استاتیکی یکسان و مشخص، اعتبارسنجی کردند. آن‌ها در روش دوم، شبکه حفرات یک ناحیه متخلخل که در آن مرکز حفرات در مکان‌هایی با فاصله یکسان از یکدیگر قرار گرفته‌اند، را ایجاد کردند. نتایج آن‌ها بیانگر کاربرد روش دوم در پیش‌بینی خواص ماکروسکوپی جریان ناحیه متخلخل است. هر دو مدل ارائه شده توسط آن‌ها دارای ساختار منظمی است. همچنین در مدل‌های ارائه شده نقش تخلخل مفید دیده نشده است. مارکوس هیلپرت و همکاران (Hilpert, Glantz & Miller, 2003) یک روش کالیبراسیون ارائه دادند که در این روش با استفاده از تصویر دیجیتالی هندسه حفراتی میکروسکوپی در ناحیه متخلخل، پارامترهای استاتیکی مدل شبکه حفرات ایجاد می‌شود (Hilpert et al., 2003). آن‌ها این کار از طریق تطابق توزیع اندازه حفرات و نوع شبکه با محیط متخلخل متناظر انجام دادند. این مدل نقش عدد هم‌آرایی را به صورت مستقیم وارد نکرده است و همچنین مدل آن‌ها دارای ساختار منظم است. جی‌یانگ و همکاران (Jiang et al., 2012) یک روش آماری برای ایجاد شبکه حفرات سه‌بعدی بر اساس یک شبکه حفرات استخراج شده از نمونه‌های سنگ ارائه نمودند. آن‌ها حفرات را به صورت تصادفی در یک شبکه قرار دادند و این حفرات را با دقیق‌ترین رابطه میان حفرات و گلوگاه‌ها متصل کردند. همچنین آن‌ها، به منظور بهینه‌سازی، خواص جریانی مدل ایجاد شده و مدل استخراج شده را مقایسه کردند. علی‌رغم انطباق مدل ارائه شده با ساختار واقعی سنگ، اما خوشه‌بندی ارائه نشده است. منظور از خوشه‌بندی، دسته‌بندی مدل ارائه شده در مجموعه‌های جداگانه است که با یکدیگر ارتباط ندارند.

تصاویر سی‌تی‌اسکن دوبعدی نیز برای بازآرایی ساختار هندسی سه‌بعدی سنگ با تکیه بر روش‌های آماری مورد توجه قرار گرفته است (Okabe & Blunt, 2003). روش دیگر بازآرایی ساختار سه‌بعدی سنگ مخزن که ابتدا توسط برایت و همکاران (Bryant & Blunt, 1992) توسعه داده شد، مبتنی بر شبیه‌سازی آزمایشگاهی فرآیندهای زمین‌شناسی، نظیر تراکم و دیاژنز بر روی مجموعه‌ای از دانه‌های سنگ است. مدل شبکه حفرات باید به صورت دقیق بیان‌گر مشخصه‌های مورفولوژی سنگ مخزن باشند (Prat, 2002). مشخصه‌های هندسی محیط متخلخل از جمله توزیع اندازه حفرات، شکل حفرات و گلوگاه‌ها و پارامترهای وابسته به آن‌ها و نقش هر کدام از آن‌ها در خواص ایستا و دینامیک محیط متخلخل به منظور ایجاد مدل حفره گلوگاه مناسب مورد مطالعه قرار گرفته است (MJ Blunt, Fenwick & Zhou, 1994; Martin Blunt, King & Scher, 1992; Ioannidis & Chatzis, 1993; Knackstedt, Sheppard & Pinczewski, 1998; Larson, Scriven & Davis, 1977, 1981; P. Oren., 1994; Øren & Pinczewski, 1991; P. Oren & Pinczewski, 1994; Paterson, Painter, Knackstedt & Pinczewski, 1996; Paterson, Painter, Zhang & Pinczewski, 1996). یکنواختی مدل حفره گلوگاه موجب عدم انطباق هر چه بیشتر مدل ارائه شده با هندسه واقعی سنگ خواهد شد (Xiong et al., 2016). توپولوژی مدل حفره گلوگاه در بررسی مسائل در حالت پویا بسیار اثرگذار است (Arns et al., 2004).

رئوف و حسنی‌زاده (Raouf & Hassanzadeh, 2010) یک روش جدید برای ایجاد مدل شبکه حفرات چند-جهتی به منظور ایجاد ناحیه متخلخل ارائه دادند. مدل آن‌ها بر اساس شبکه منظم مکعبی دو-المانی است که حفرات در شبکه از پیش تعیین شده‌ای قرار می‌گیرند و گلوگاه‌ها با یک ساختار منظم، در سیزده جهت حفرات را به هم دیگر متصل می‌کنند. ویژگی خاص اتصال حفرات در سیزده جهت، موجب می‌شود که عدد هم‌آرایی از ۰ تا ۲۶ متغیر باشد. عدد هم‌آرایی بیانگر تعداد اتصالات گلوگاه به یک حفره است. نتایج آن‌ها بیانگر تطابق نسبی بین توزیع عدد هم‌آرایی مدل توسعه داده شده و داده‌های مشاهده شده است. از آنجایی که محیط متخلخل سنگ دارای ساختار نامنظمی است، از دیدگاه مورفولوژیکی منظم بودن مدل یک نقطه ضعف است. گاو و همکاران (Gao, Meegoda & Hu, 2012) دو روش ایجاد شبکه حفرات

مختصات اصلی برای هر خوشه به صورت مجزا شناسایی می‌شود. در مدل توسعه داده شده، توزیع محل حفرات تصادفی است. همچنین حفرات به صورت یکپارچه منتشر نشده‌اند و نقش تخلخل در آن دیده شده است. در انتها، پارامترهای استخراجی از تصاویر سی‌تی‌اسکن مربوط به یک سنگ سیلیکای مصنوعی<sup>۱</sup> حاصل از الگوریتم کره‌های بیشینه اصلاح شده<sup>۲</sup>، به عنوان ورودی مدل، استفاده شده است. نتیجه حاصل از این مدل با مدل کره‌های بیشینه اصلاح شده، مقایسه شده است. بررسی‌ها نشان‌دهنده انطباق مناسب میان مشخصه‌های استاتیکی و هندسه‌ی مدل ارائه شده با روش کره‌های بیشینه اصلاح شده است.

## ۲. روش کار

### ۲.۱ روش کره‌های بیشینه اصلاح شده

سیلین و همکاران (Silin & Patzek, 2006) برای اولین بار روش کره بیشینه را ارائه دادند. در این روش برای هر وکسل در فضای حفرات بزرگ‌ترین کره به عنوان حفره پوشش‌دهنده آن ناحیه استفاده می‌شود، کره‌های بزرگ به عنوان حفره و کره‌های کوچک در همسایگی کره‌ها بزرگ به عنوان گلوگاه در نظر گرفته می‌شوند. وکسل در واقع معادل پیکسل در مختصات سه‌بعدی است. الکاروسی و بلانت (Al-Kharusi & Blunt, 2007) مدل کره بیشینه را توسعه دادند و علاوه بر تعریف سلین که محدود به ارباب (کره‌های بزرگ) و برده (کره‌های کوچک) بود، از تعریف دیگری به نام خوشه استفاده نمودند که بیانگر مجموعه از کره‌های کوچک واسطه است که کره‌های بزرگ هم‌سایز مجاور را به یکدیگر متصل می‌کند. مدل‌های بزرگ‌ترین حفرات به خوبی ساختار حفرات را تشخیص می‌دهند، اما به علت همپوشانی حفرات کوچک و وجود راه‌های مختلف برای ایجاد اتصال میان حفرات در تشخیص گلوگاه‌ها دچار مشکل می‌شود (Al-Kharusi & Blunt, 2007). دانگ و بلانت (Dong & Blunt, 2009) یک روش مبتنی بر روش الکاروسی و بلانت توسعه دادند. این روش با ارائه یک الگوریتم جدید خوشه‌بندی، بزرگ‌ترین

جیوگو و همکاران (Jivkov et al., 2013) شبکه منظم دوتایی بر اساس ساختار هشت‌وجهی ناقص ارائه دادند. آن‌ها از میانگین عدد هم‌آرایی به عنوان ورودی مدل استفاده کردند. بیشینه عدد هم‌آرایی در مدل آن‌ها، ۱۴ است. همچنین برای اعتبار سنجی مدل از داده‌های آزمایشگاهی فضای متخلخل حاصل از تصاویر سی‌تی‌اسکن سنگ‌آهک استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده تأثیر بیشتر اثر ارتباط حفرات نسبت به تخلخل بر تراوایی بود. استفاده از میانگین عدد هم‌آرایی به عنوان ورودی بجای استفاده از توزیع عدد هم‌آرایی و همچنین منظم در نظر گرفتن ساختار موجب عدم انطباق کلی مدل با ساختار داخلی یک سنگ واقعی است. جمشیدی و همکاران (Jamshidi et al., 2010) الگوریتمی بر اساس مطالعات تحلیلی و آماری به منظور ایجاد شبکه حفرات ارائه کردند. آن‌ها یک روش سریع برای بهینه‌سازی پارامترهای سیستم به منظور ایجاد کوچک‌ترین شبکه حفرات نامنظم مکعبی ارائه دادند. همچنین، عملکرد مدل را از طریق ایجاد شبکه نامنظم برای داده‌های آزمایشگاهی یک مغزه بررسی کردند. مدل‌های ذکر شده هم‌زمان نقش تخلخل، عدم مشخص بودن محل قرارگیری حفرات، جهت‌گیری نامحدود گلوگاه‌ها، خوشه‌بندی و مشخص نمودن محدوده حرکتی سیال در هر خوشه را بررسی نکرده‌اند. خوشه در واقع مجموعه‌ای از حفرات است که از هر حفره به حفره‌های دیگر در آن مجموعه راه ارتباطی وجود دارد. همچنین محدوده حرکتی سیال در یک خوشه به معنای بیشترین حالت ممکن جابه‌جایی در راستای محورهای مختصات در آن خوشه است.

در این مطالعه، بر اساس توزیع اندازه حفرات، توزیع عدد هم‌آرایی و تخلخل مشخص یک مدل شبکه حفرات نامنظم ایجاد می‌شود. مدل با استفاده از تخلخل به عنوان تابع هدف بهینه می‌شود. این مدل نامنظم تمامی خواص استاتیک منظر از قبیل توزیع اندازه حفرات و عدد هم‌آرایی و تخلخل را دارا است. عدد هم‌آرایی می‌تواند بین ۰ تا ۲۶ و در تمام جهات متغیر باشد. در این مطالعه، با استفاده از الگوریتم توسعه داده شده برای خوشه‌بندی، محدوده دقیقی در سه جهت

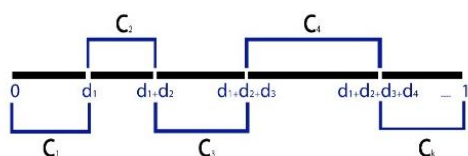
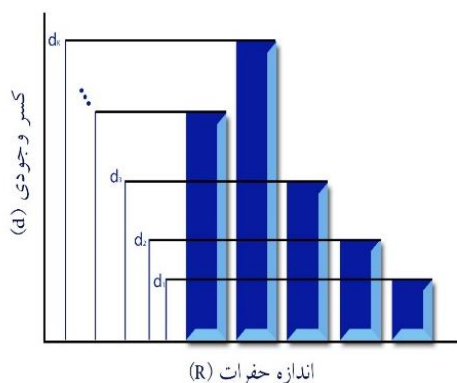
<sup>1</sup> Sand Pack

<sup>2</sup> Modified maximal ball (MMB)

$$f(i, n) = \begin{cases} R_1 & \text{if } n \in C_1 \\ R_2 & \text{if } n \in C_2 \\ R_3 & \text{if } n \in C_3 \\ \vdots & \vdots \\ R_k & \text{if } n \in C_k \end{cases} \quad (1)$$

$$R_P(i, n) = \begin{cases} f(i, n) & \text{if } n \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (2)$$

که  $R_i$  اندازه حفرات ورودی،  $C_i$  بازه متناظر با اندازه حفرات ورودی و  $f$  تابع چگالی احتمال اندازه حفرات ورودی است.



توزیع چگالی احتمال متناظر با توزیع اندازه حفرات

شکل ۱. تبدیل نمودار توزیع اندازه حفرات به محدوده تابع چگالی احتمال اندازه حفرات.

در صورتی که  $n$  منفی نباشد، در یکی از زیرمجموعه‌های محدوده تابع چگالی احتمال (شکل ۱) قرار می‌گیرد. اندازه حفرة  $R_i$  متناظر با این زیر مجموعه به عنوان اندازه حفرة مدل  $R_P$  در نظر گرفته می‌شود. بعد از تعیین  $R_P$  مربوط به هر سلول، حفرات متناظر در محدوده‌ای میان سطح خارجی حفرة و دیواره‌های سلول مکعبی به صورت تصادفی و با استفاده از تابع توزیع نرمال جابه‌جا می‌شوند. این جابه‌جایی به گونه‌ای صورت می‌گیرد که هیچ کدام از حفرات با یکدیگر

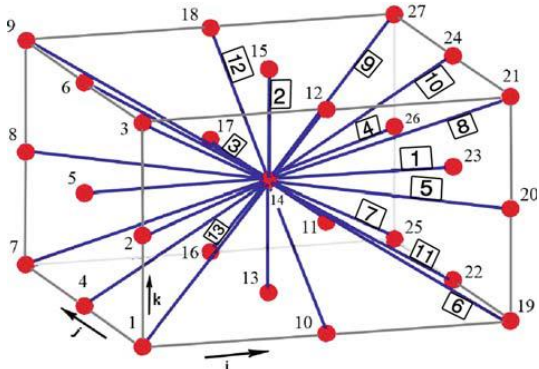
حفرات را بر اساس رتبه و اندازه خود به یک درخت خانوادگی مرتبط می‌کند. روش آن‌ها در تشخیص حفرات بزرگ کارآمد است و برای حفرات با اندازه‌های کمتر از رزولوشن تصویر نیز بر اساس روش‌های تصادفی مقادیری گزارش می‌شود. در واقع روش کره‌های بیشینه اصلاح‌شده یک روش استخراج مدل حفرة گلوگاه از تصاویر سی‌تی‌اسکن است که یک تصویر سی‌تی‌اسکن ماتریس سه‌بعدی از فضای داخلی سنگ ارائه می‌دهد. با دودویی کردن این تصاویر، این ماتریس، به ماتریس دو بخشی (حفرة و سنگ) تبدیل می‌شود. سپس با اعمال روش‌های آماری، جبری و پردازش تصویر بر روی این ماتریس‌ها، نواحی متناظر با حفرات و گلوگاه‌ها دقیقاً در موقعیت واقعی خود شناسایی می‌شوند. از داده‌های خروجی روش کره‌های بیشینه اصلاح‌شده برای ورودی مدل توسعه داده شده استفاده شده است.

## ۲.۲ ایجاد حفرات

ورودی مدل توسعه داده شده، توزیع اندازه حفرات، توزیع عدد هم‌آرایی و تخلخل است. به منظور ایجاد مدل، توزیع اندازه حفرات نرمال می‌شوند. سپس از نمودار نرمال شده توزیع اندازه حفرات، درصد مرتبط به هر اندازه در بازه‌ی بین ۰ تا ۱ منتقل می‌شود. مقادیر متناظر با درصد تکرار اندازه حفرة، در واقع همان احتمال وجود اندازه متناظر را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱، این مقادیر به بازه‌ای میان ۰ تا ۱ به گونه‌ای انتقال داده می‌شود که طول هر بازه برابر با درصد حفرات برای اندازه متناظر آن باشد. به منظور ایجاد حفرات بر اساس نمودار توزیع اندازه حفرات، مطابق شکل ۲ هر حفرة درون یک بلوک مکعبی قرار می‌گیرد. سپس با استفاده از تابع توزیع نرمال یک عدد  $(n)$  در بازه  $-l$  تا  $l$ ،  $l \geq 0$ ، ایجاد می‌شود. هر چقدر اندازه این بازه بزرگ‌تر از یک باشد احتمال وجود حفرة و در نتیجه تخلخل کاهش می‌یابد. اعداد بازه ۰ تا ۱ معرف وجود حفرة در سلول  $i$  ام است. اندازه حفرة‌های مدل  $(R_P)$  با استفاده از روابط (۱) و (۲) مشخص می‌شود.

روش نوین ایجاد و خوشه‌بندی مدل شبکه حفرات محیط متخلخل

بعد از ایجاد و قرارگیری حفرات در محیط سه‌بعدی، همان‌طور که در ادامه با جزئیات توضیح داده خواهد شد، با استفاده از توابع چگالی احتمال و بر مبنای نمودار توزیع اندازه حفرات ورودی به مدل ایجاد می‌شود. این اتصالات در یک ماتریس دوبعدی ذخیره شده و در مراحل بعدی محاسبات از جمله خوشه‌بندی مورد استفاده قرار می‌گیرند.



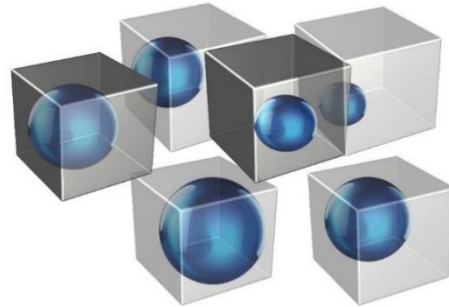
شکل ۴. ناحیه همسایگی حفره برای تعیین گلوگاه (Raouf & Hassanizadeh, 2010).

مشابه با روند تعیین اندازه حفرات مدل، نمودار نرمال شده اندازه عدد هم‌آرایی مدل با استفاده از توزیع عدد هم‌آرایی ورودی، به دست می‌آید. مقادیر متناظر با درصد تکرار هر عدد هم‌آرایی در واقع احتمال وجود آن را نشان می‌دهد. برای ایجاد اتصالات بر اساس نمودار توزیع عدد هم‌آرایی طبق رابطه زیر عدد هم‌آرایی برای هر حفره به صورت تصادفی مشخص می‌شود:

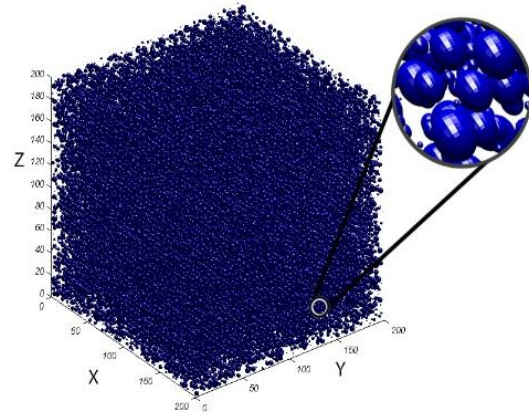
$$CR(i, m) = \begin{cases} CR_1 & \text{if } m \in I_1 \\ CR_2 & \text{if } m \in I_2 \\ CR_3 & \text{if } m \in I_3 \\ CR_4 & \text{if } m \in I_4 \\ CR_5 & \text{if } m \in I_5 \\ \vdots & \\ CR_k & \text{if } m \in I_k \end{cases} \quad (3)$$

که  $CR_i$  عدد هم‌آرایی ورودی،  $I_i$  بازه متناظر با عدد هم‌آرایی ورودی و  $CR$  تابع چگالی عدد هم‌آرایی مدل است. عدد

تداخل نداشته باشند. شکل ۳ یک نمونه از نتایج حاصل از مدل به ازای توزیع نرمال اندازه حفرات با تخلخل ۴۵ درصد را نشان می‌دهد.



شکل ۲. شماتیک چگونگی قرارگیری حفرات درون سلول‌های مکعبی. در نمونه کلی سلول‌ها به صورت منظم و در مجاور هم قرار دارند. این تصویر گزینشی از سلول‌ها با جایگیری متفاوت در فضای سه‌بعدی است.

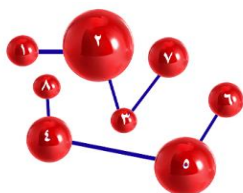


شکل ۳. نتایج حاصل از مدل به ازای تخلخل ۴۵ درصد و توزیع نرمال اندازه حفرات.

### ۲.۳ ایجاد گلوگاه‌ها

برای ایجاد گلوگاه‌ها نهایتاً امکان ایجاد ۲۶ گلوگاه برای هر حفره وجود دارد. این ۲۶ گلوگاه مطابق شکل ۴ در واقع همان همسایه‌های مجاور با حفره مورد نظر هستند. در مدل توسعه داده شده به منظور نزدیکی بیشتر به ساختار حاکم بر سنگ، حفرات از حالت منظم نوسان پیدا می‌کنند. تمامی گلوگاه‌ها

به یکدیگر می‌توان هر مجموعه را به عنوان یک خوشه در نظر گرفت. حفرات درون هر مجموعه دارای مختصات مشخص هستند. این مختصات برای مشخص نمودن بازه اتصال خوشه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.



	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

ماتریس گلوگاه‌های شبکه‌ی بالا

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

خوشه مرتبط با حفره شماره ۱

شکل ۵. ماتریس گلوگاه‌ها و نحوه‌ی تشخیص خوشه‌بندی.

برای تشخیص خوشه‌بندی از یک ماتریس مربعی  $M \times M$  (تعداد حفرات =  $M$ ) برای نشان دادن اتصال و یا عدم اتصال حفرات استفاده می‌شود. همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، برقراری ارتباط میان دو حفره به معنای وجود درایه ۱ در مختصات متناظر است. در خوشه‌بندی، گلوگاه میان دو حفره تنها یک‌بار لحاظ می‌شود، به این معنا که اگر  $CL(i, j) = 1$  باشد آنگاه  $CL(j, i) = 0$  است. دلیل این کار کاهش مراحل محاسبات و هم‌چنین عدم شمارش مجدد یک گلوگاه است (تعداد گلوگاه‌ها برابر با تعداد درایه‌های ۱ است). الگوریتم مورد استفاده برای خوشه‌بندی متشکل از یک الگوی تکراری تودرتو است که به شرح زیر است:

۱. شروع از حفره شماره ۱ و بررسی سطری برای یافتن اولین درایه ۱ و ذخیره شماره حفره (مختصات درایه) به عنوان عضو خوشه حفره اول.
۲. بررسی عمودی و افقی ماتریس در ستون و سطر متناسب با شماره‌ی حفره مرحله قبل و یافتن و ذخیره‌سازی مختصات متناظر با درایه‌های ۱ به‌عنوان اعضای خوشه مربوط به حفره شماره ۱ و تکرار همین مرحله برای درایه پیداشده.

تصادفی ( $m$ ) با استفاده از تابع توزیع یکنواخت و در بازه‌ی بین ۰ تا ۱ تولید می‌شوند. هر بازه متناظر با یک عدد هم‌آرایی است و هر  $m$  تولیدشده توسط تابع توزیع یکنواخت عضو یکی از این مجموعه‌ها است؛ بنابراین عددهای هم‌آرایی به‌گونه‌ای ایجاد می‌شود که نمودار توزیع عدد هم‌آرایی مدل ایجادشده مشابه با نمودار توزیع ورودی باشد.

## ۲.۴ بهینه‌سازی مدل

به‌منظور بهینه‌سازی جواب‌ها، تخلخل به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. جواب حاصل باید به گونه‌ای بهینه‌سازی شود که تخلخل مدل با تخلخل تعیین‌شده یکسان باشد. همان‌طور که در بخش ۲.۱ اشاره شده است، برای تشکیل حفرات با استفاده از تابع توزیع نرمال یک عدد در بازه  $l$  - تا  $1$  که  $l \geq 0$ ، ایجاد می‌شود. هرچه قدر اندازه این بازه بزرگ‌تر از یک باشد، احتمال وجود حفره و در نتیجه تخلخل کاهش می‌یابد. برای بهینه‌سازی جواب، نسبت تخلخل‌ها را متناظر با معکوس اندازه بازه‌ها در نظر گرفته و مطابق با رابطه (۶) مقدار  $l$  جدید تعیین می‌شود، این فرآیند تا زمانی که نسبت تخلخل به تخلخل اصلی به یک میل کند، ادامه می‌یابد.

$$\phi_k = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{4}{3} \pi R_i^3 + \sum_{j=1}^G \pi h_j R_j^3}{V_t} \quad (۴)$$

$$\chi_k = \frac{\phi_k}{\phi_{org}} \quad (۵)$$

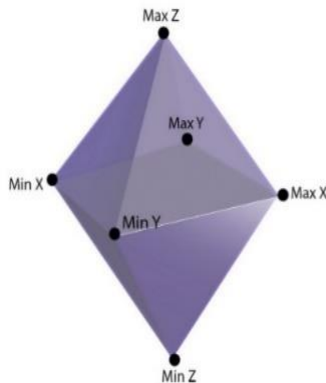
$$l_{k+1} = \frac{(1 + l_k)}{\chi_k} - 1 \quad (۶)$$

که در این روابط  $\phi_k$  تخلخل مدل در مرحله  $k$  ام از بهینه‌سازی،  $V_t$  حجم فضای کلی،  $G$  تعداد گلوگاه‌ها،  $N$  تعداد حفرات،  $\phi_{org}$  تخلخل هدف بهینه‌سازی،  $\chi_k$  نسبت تخلخل مدل به تخلخل ورودی در مرحله  $k$  ام از بهینه‌سازی،  $R$  شعاع حفرات و گلوگاه‌ها و  $h$  طول گلوگاه‌ها است.

## ۲.۵ خوشه‌بندی

یک بخش مهم از ایجاد مدل شبکه حفرات محاسبه تخلخل مفید و تخلخل غیر مفید است. با خوشه‌بندی حفرات متصل





شکل ۶. محدوده ارتباطی یک خوشه مستقل.

مطابق شکل ۶ بازه حرکتی هر خوشه را می‌توان با یک هشت‌وجهی لوزی گون نمایش داد. نمای دوبعدی از این لوزی-گون (شکل ۷ شماره‌های ۴، ۵ و ۶) در صفحات مختلف در واقع نشان‌دهنده نقش خوشه در تراوایی مرتبط با جهت مدنظر است. خوشه‌ای که بازه‌ی حرکتی آن در یک مختصات سه‌بعدی، حداقل دو وجه مختصاتی را به یکدیگر متصل کند، به‌عنوان تخلخل مؤثر در نظر گرفته می‌شود. در غیر این صورت خوشه به‌عنوان خوشه ایزوله شناسایی می‌شود و می‌توان مختصات متناظر با آن را از مدل شبکه حفرات حذف کرد. مدل شبکه حفراتی نشان داده شده در شکل ۷ از یک خوشه‌ی مادر تشکیل شده است که تمام صفحات مختصات را به یکدیگر متصل می‌کند و سایر خوشه‌ها یا به‌صورت ایزوله هستند و یا دو وجه مجاور را به یکدیگر متصل می‌کنند. در یک مدل حفره و گلوگاه زمانی که فضاهای خالی به‌صورت پیوسته در مجاورت یکدیگر قرار بگیرند یک خوشه را تشکیل می‌دهند. اندازه و تعداد این خوشه‌ها تابعی از میزان اشغال‌شدگی حفره و گلوگاه است. با بزرگ شدن میزان اشغال‌شدگی حفره و گلوگاه، اندازه خوشه‌ها بزرگ‌تر می‌شود و در یک حد آستانه از بزرگ‌شدگی احتمال اشغال‌شدگی، خوشه می‌تواند وجوه شبکه را به یکدیگر متصل کند. در این حالت خوشه را خوشه‌ی احاطه‌کننده می‌گویند. افزایش احتمال اشغال‌شدگی موجب می‌شود تا احتمال پیوستن خوشه‌های کوچک‌تر به خوشه احاطه‌کننده افزایش یابد و به‌صورت کلی اندازه خوشه‌ها افزایش یابد. اندازه و تعداد این خوشه‌ها تأثیر بسزایی در خواص جریانی شبکه دارند. قابل ذکر است که از

۳. تکرار مراحل اول و دوم برای سایر سطرها و ذخیره‌سازی اعضای خوشه‌ها در ماتریسی مشابه با ماتریسی CL.

۴. حذف خوشه‌های مشترک در ماتریس و ذخیره‌سازی خوشه‌های مستقل.

با یافتن خوشه‌های مستقل می‌توان مرکز هندسی ( $X_{Cl_i}, Y_{Cl_i}, Z_{Cl_i}$ )، شعاع معدل ( $R_{Cl_i}$ ) و بازه حرکتی سیال در هر خوشه ( $x, y, z$ ) را با معادلات (Y) و (۸) به دست آورد.

$$X_{Cl_i} = \frac{\sum_{i \in Cl_i} v_i x_i}{\sum_{i \in Cl_i} v_i} = \frac{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3 x_i}{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3}$$

$$Y_{Cl_i} = \frac{\sum_{i \in Cl_i} v_i y_i}{\sum_{i \in Cl_i} v_i} = \frac{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3 y_i}{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3} \quad (Y)$$

$$Z_{Cl_i} = \frac{\sum_{i \in Cl_i} v_i z_i}{\sum_{i \in Cl_i} v_i} = \frac{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3 z_i}{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3}$$

$$R_{Cl_i} = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i \in Cl_i} v_i}{\frac{4}{3}\pi}} = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3}{\sum_{i \in Cl_i} R_i^3}}$$

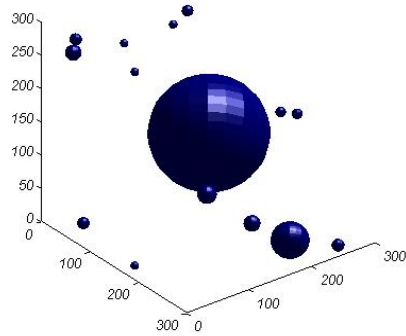
$$\min(x_i - R_i) \leq x \leq \max(x_i + R_i),$$

$$\min(y_i - R_i) \leq y \leq \max(y_i + R_i), \quad (۸)$$

$$\min(z_i - R_i) \leq z \leq \max(z_i + R_i)$$

که  $x, y, z$  مختصات هندسی،  $R$  شعاع حفرات، زیر وند  $Cl$  معرف خوشه و  $v$  نشان‌دهنده حجم حفرات است. در شکل ۷-۲ مدل خوشه‌ای متناظر با شبکه حفره گلوگاه نشان داده شده است. در این مدل خوشه‌ای، یک حفره از اعضای خوشه به صورت تصادفی انتخاب شده و تمامی حفرات این خوشه با یک گلوگاه به آن متصل می‌شود.

نرم‌افزار متلب به منظور برنامه‌نویسی روش‌ها و معادلات ذکر شده به منظور ایجاد شبکه حفرات استفاده شده است و همچنین تصاویر مربوط به شبکه حفرات و خوشه‌بندی خروجی این نرم‌افزار هستند.

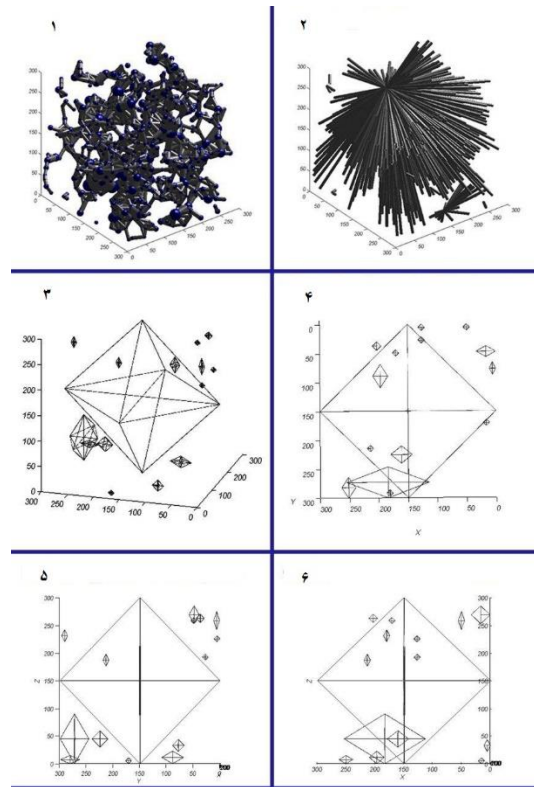


شکل ۸. حفره معادل خوشه‌های مستقل.

با توجه به مطالب ذکر شده، اعمال هم‌زمان اثر تخلخل، ایجاد تصادفی محل قرارگیری حفرات، امکان ایجاد گلوگاه در تمامی جهت‌ها، خوشه‌بندی و تعیین محدوده حرکتی سیال در هر خوشه تفاوت این مطالعه با سایر مطالعات پیشین است. مطالب ارائه شده در ارتباط با خوشه‌بندی و نتایج حاصل از آن قبلاً مورد بررسی قرار نگرفته است.

### ۳. بحث و نتایج

برای بررسی مدل توسعه داده شده، از داده‌های خروجی حاصل از مدل شبکه حفرات استخراج شده از یک نمونه سنگ مصنوعی سیلیکا توسط روش کره‌های بیشینه، استفاده شده است (Dong & Blunt, 2009). دلیل استفاده از مدل حفره گلوگاه این نمونه به منظور اعتبارسنجی، تخلخل بالا و میانگین عدد ارتباطی بالا است. این ویژگی‌ها باعث می‌شود که الگوریتم خوشه‌بندی همانند سایر الگوریتم‌ها با دقت بیشتری اعتبارسنجی شود. این نمونه، یک سنگ مصنوعی با تخلخل بالا است. تصاویر سی‌تی‌اسکن مربوط به این سنگ و چندین نمونه سنگ دیگر در سایت دانشگاه امپریال کالج موجود است و در مطالعات بسیاری به منظور مقایسه و یا استفاده به عنوان داده ورودی به کار برده می‌شود. در این مطالعه هیچ استفاده‌ای از تصاویر سی‌تی‌اسکن نشده است و صرفاً داده‌های حاصل از مدل حفره گلوگاه استخراج شده با روش کره‌های بیشینه اصلاح شده به عنوان ورودی مدل،



شکل ۱۰. ۱) مدل حفره گلوگاه، ۲) مدل خوشه‌ای، ۳) محدوده خوشه‌ها در نمای سه‌بعدی، ۴) محدوده خوشه‌ها در صفحه  $ZY$ ، ۵) محدوده خوشه‌ها در صفحه  $ZX$ ، ۶) محدوده خوشه‌ها در صفحه  $XY$ . خوشه‌بندی مدل شبکه حفرات و مشخص نمودن بازه حرکتی (حرکت سیال) برای هر خوشه.

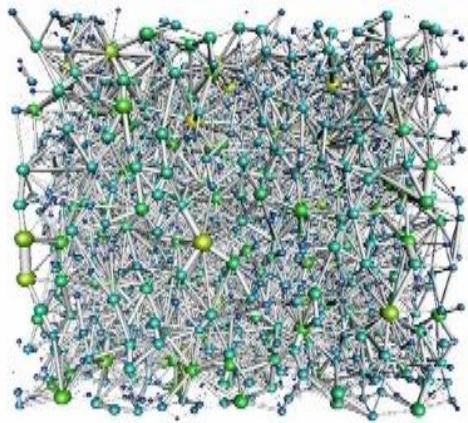
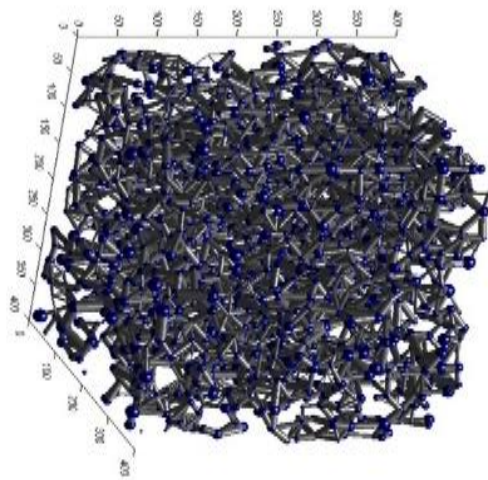


روش نوین ایجاد و خوشه‌بندی مدل شبکه حفرات محیط متخلخل

استفاده شده است. این نمونه، یک سنگ مصنوعی<sup>۱</sup> با تخلخل بالا است. منظور از واژه مصنوعی، فرآیند ساخت سنگ است.

جدول ۱. مقایسه میان نتایج حاصل از مدل توسعه داده شده و مدل MMB (کره‌های بیشینه اصلاح شده)

مدل	تخلخل %	میانگین اندازه حفرات (میکرومتر)	میانگین عدد هم‌آرایی
مدل MMB	۴۲/۹	۱۸/۹	۶/۶۷
مدل توسعه داده شده	۴۳/۳	۱۹/۲	۶/۵۴
مدل توسعه داده شده (تخلخل مفید)	۴۲/۱	۱۹/۲	۶/۵۹

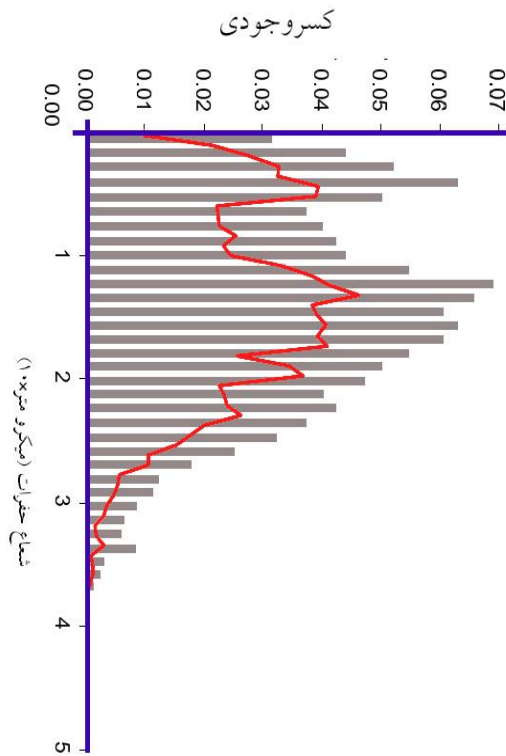


شکل ۹. مدل شبکه حفرات استخراج شده تصویر بالا) با مدل شبکه حفرات ایجاد شده مبتنی بر روش توسعه داده شده)، تصویر پایین روش کره‌های بیشینه اصلاح شده (Dong & Blunt, 2009)

جدول ۱ مقایسه میان نتایج مدل سازی و داده‌های حاصل از روش کره بیشینه اصلاح شده برای یک نمونه‌ی سنگ مصنوعی سیلیکا که به‌عنوان ورودی استفاده شده، را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه نمونه مصنوعی با تخلخل و میانگین عدد هم‌آرایی بالایی است، تخلخل مفید و تخلخل کلی نمونه

<sup>1</sup> sandpack

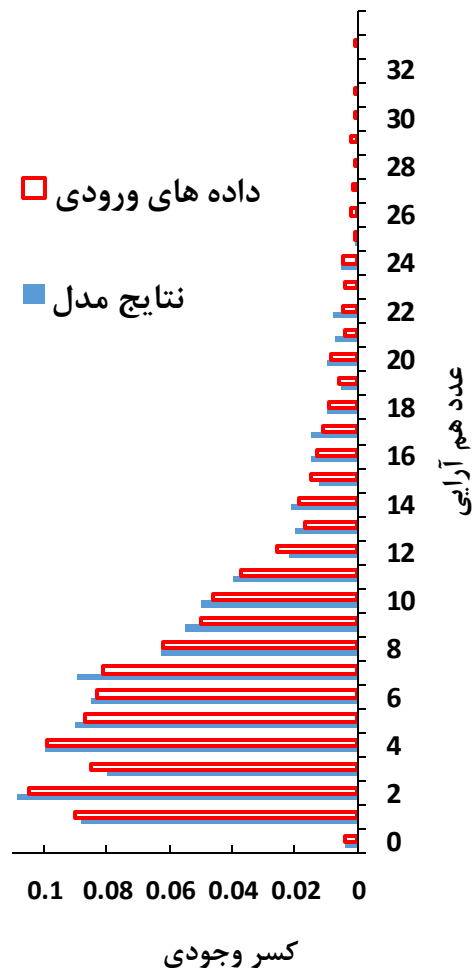
از روش کره‌های پیشینه اصلاح شده (داده‌ی ورودی) را با نتایج حاصل از مدل توسعه داده شده مقایسه می‌کند. همان‌طور که مشخص است تطابق خوبی میان داده‌های ورودی و خروجی وجود دارد.



شکل ۱۱. مقایسه توزیع اندازه حفرات حاصل از مدل (نمودار میله‌ای خاکستری) با داده‌های ورودی مربوط به نمونه سنگ مصنوعی (نمودار پیوسته قرمز رنگ). داده‌ها مستخرج از (Dong & Blunt, 2009) هستند.

شکل ۱۱ نشان‌دهنده مقایسه توزیع اندازه حفرات مدل توسعه داده شده و داده‌های ورودی است. تفاوت ظاهری مشاهده شده در توزیع اندازه حفرات، به این علت است که خروجی‌های حاصل از اعمال مدل کره‌های پیشینه برای توزیع اندازه حفرات در مدل حفره گلوگاه استخراج شده به صورت پیوسته گزارش شده است. از آنجایی که توزیع اندازه حفرات نمی‌تواند به صورت پیوسته باشد این نمودار به نمودار گسسته تبدیل شده و به عنوان ورودی استفاده می‌شود، در نتیجه خروجی

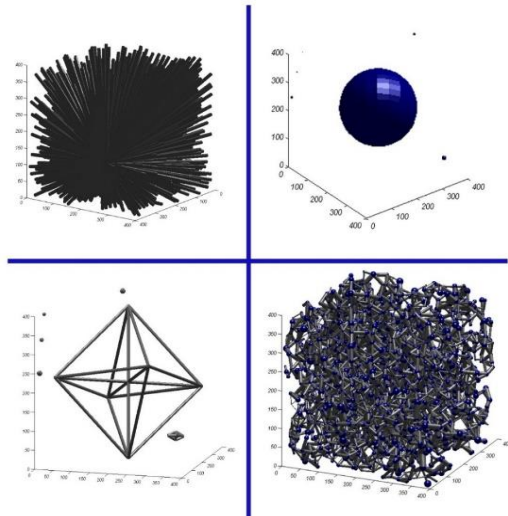
تقریباً برابر هستند. مطابق با شکل ۹ تطابق ساختاری مناسبی میان دو مدل مشاهده شده است.



شکل ۱۰. مقایسه توزیع عدد هم‌آرایی حاصل از مدل (نمودار آبی رنگ) با داده‌های ورودی مربوط به نمونه سنگ مصنوعی (نمودار قرمز رنگ). داده‌ها مربوط به (Dong & Blunt, 2009) هستند.

در مدل ارائه شده با توجه به اینکه بهینه‌سازی روی تخلخل انجام می‌شود، در برخی نواحی تعداد همسایگی‌ها در مجاورت یک حفره ممکن است از عدد هم‌آرایی نسبت داده شده به آن حفره کمتر باشد؛ این موجب اختلاف بین ورودی و خروجی توزیع عدد هم‌آرایی مدل‌سازی می‌شود. شکل ۱۰ مقایسه میان توزیع عدد هم‌آرایی مربوط به مدل شبکه حفرات حاصل

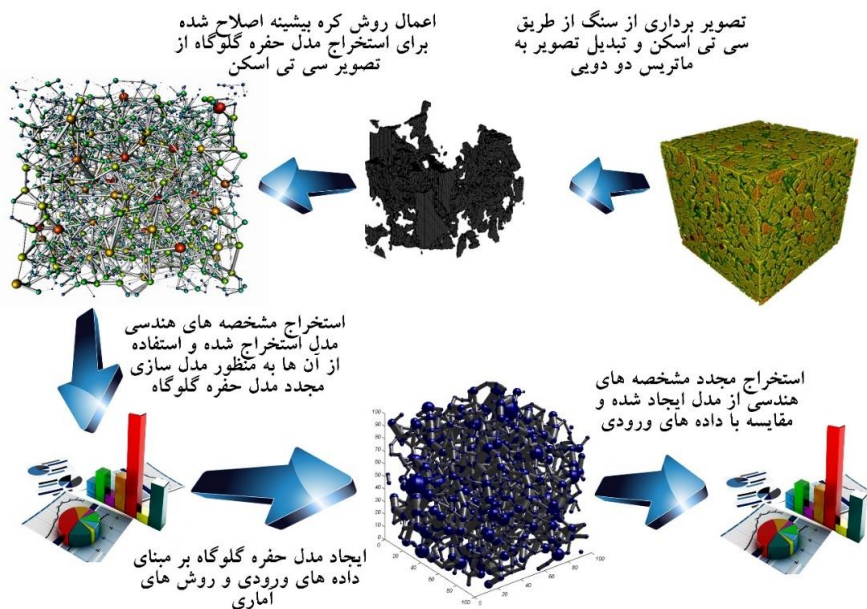
روش نوین ایجاد و خوشه‌بندی مدل شبکه حفرات محیط متخلخل



نیز به صورت گسسته است. به همین دلیل خروجی مدل طبیعتاً بالاتر از داده‌های ورودی قرار می‌گیرد؛ اما همان‌طور که در جدول ۱ نشان داده شد است، میانگین داده‌های ورودی و خروجی تقریباً یکسان است. نمونه استفاده شده یک نمونه مصنوعی از سنگ سیلیکا با تخلخل و میانگین عدد هم‌آرایی بالا است، بنابراین منطقی است که نمونه دارای ساختار یکپارچه و متصل به هم باشد و این نتیجه در مدل خوشه استخراج شده از آن نیز قابل مشاهده است. شکل ۱۲ نتایج حاصل از خوشه‌بندی نمونه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است تقریباً تمامی حفرات متصل به خوشه اصلی هستند که این خوشه تمام صفحات مختصات را به یکدیگر متصل می‌کند.

شکل ۱۲. نتایج حاصل از خوشه‌بندی مدل ایجاد شده. تصویر بالا سمت چپ) مدل خوشه‌بندی شده، تصویر بالا سمت راست) معادل هندسی خوشه‌ها، تصویر پایین سمت چپ) محدوده حرکتی هر خوشه، تصویر پایین سمت راست) مدل حفره گلوگاه مؤثر متناظر با خوشه‌ی اصلی.

مدل حفره گلوگاه توسعه داده شده بر مبنای توزیع اندازه حفرات، توزیع عدد هم‌آرایی و تخلخل است؛ بنابراین نقش شکاف، ناهمگونی سنگ‌شناسی و ... نمی‌تواند دیده شود. به عنوان مثال برای اثر دادن شکاف در مدل باید یک بخش بر مبنای مشخصه‌های شکاف به داده‌های ورودی مدل اضافه شود. در شکل ۱۳ شماتیک مطالب و روش‌های ارائه شده در این مطالعه نشان داده شده است.

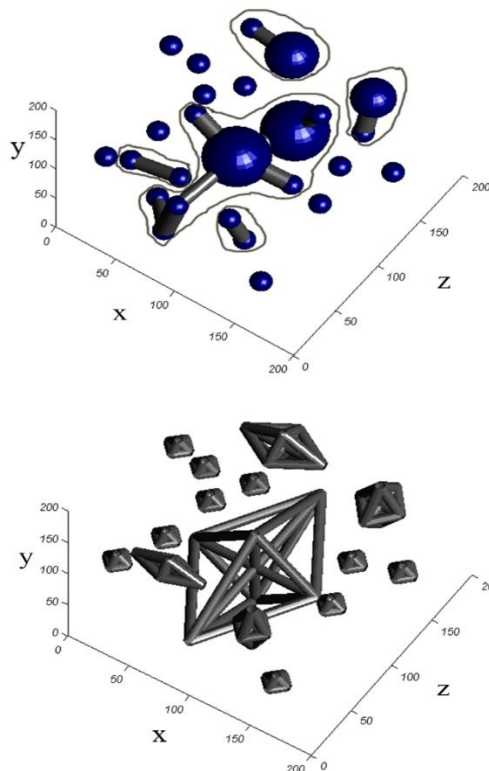


شکل ۱۳. شماتیک مطالب و روش‌های ارائه شده.

### ۳.۱ اعتبارسنجی خوشه‌بندی

مشخص نیست و جهت‌گیری‌های مختلف برای آن‌ها ممکن است. تخلخل مفید و محدوده حرکتی هر خوشه مستقل در مدل شبکه حفرات، تشخیص داده می‌شود. تأثیر تخلخل و استفاده از مشخصه‌های اساسی یک محیط متخلخل مانند توزیع عدد هم‌آرایی و توزیع اندازه حفرات موجب تطابق بیشتر هندسه‌ی مدل ایجادشده به یک مدل واقعی از محیط متخلخل است. از آنجایی که محیط متخلخل سنگ دارای ساختار منظمی نیست، از دیدگاه مورفولوژیکی مدل‌هایی بهتر بیانگر این فضا هستند که دارای ماهیت نامنظمی باشند. با توجه به اینکه در مدل توسعه داده شده تمامی مشخصه‌های استاتیکی اعم از مکان، جهت‌گیری و فاز (حفره یا سنگ) به صورت تصادفی اعمال می‌شوند، بنابراین مدل توسعه داده شده نسبت به مدل‌های حفره گلوگاه منظم دارای مورفولوژی نزدیک‌تر به سنگ است. نتایج حاصل از مدل و نتایج ورودی برای یک نمونه سیلیکای مصنوعی مقایسه شدند. در مدل توسعه داده شده تخلخل، میانگین اندازه حفرات و میانگین عدد هم‌آرایی به ترتیب ۴۳/۳ درصد، ۱۹/۲ میکرومتر و ۶/۵۴ است که تقریباً با مدل MMB، ۴۲/۹ درصد، ۱۸/۹ میکرومتر و ۶/۶۷ برابر هستند. در اعتبارسنجی انجام گرفته برای خوشه‌بندی، یک مدل حفره گلوگاه با ۱۵ خوشه ایجاد شد که خوشه‌بندی انجام شده نیز ۱۵ خوشه را شناسایی کرد.

به منظور اعتبارسنجی الگوریتم خوشه‌بندی مطابق تصویر بالا، در شکل ۱۴ یک نمونه مدل حفره گلوگاه به گونه‌ای ایجاد شده که امکان اعتبارسنجی شماتیک برای این الگوریتم وجود داشته باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با در نظر گرفتن هر حفره به صورت یک خوشه تک‌عضوی، مدل ایجاد شده شامل ۱۵ خوشه مستقل است که محدوده‌ی حرکتی این ۱۵ خوشه‌ها را می‌توان در تصویر پایین شکل ۱۴ مشاهده نمود. در خروجی حاصل از الگوریتم خوشه‌بندی نیز به درستی ۱۵ خوشه مستقل شناسایی شده که این نشان‌دهنده صحت این روش است.



شکل ۱۴. اعتبارسنجی خوشه‌بندی، تصویر بالا) مدل حفره گلوگاه، تصویر پایین، خوشه‌بندی مدل حفره گلوگاه.

### ۴. نتیجه‌گیری

در این مدل نقش تخلخل دیده شده است و قرارگیری حفرات در شبکه به صورت نامنظم است. همچنین هرگونه جایگیری برای حفرات ممکن است، بنابراین جهت‌گیری گلوگاه‌ها

## ۵. سیاهه‌ی نمادها

جدول ۲. سیاهه‌ی نمادها

نماد	واحد	شرح
$R$	$m$	شعاع حفرات ورودی
$CR$	-	عدد هم‌آرایی
$n$	-	عدد تصادفی
$m$	-	عدد تصادفی
$x, y, z$	-	مختصات هندسی
$M$	-	اندازه ماتریس $CL$
$CL$	-	ماتریس اتصالات
$Cl_i$	-	معرف خوشه $i$ ام
$v_i$	$m^3$	حجم حفره $i$ ام
$f$	-	تابع چگالی احتمال اندازه حفرات ورودی
$N$	-	تعداد حفرات
$h$	$m$	طول گلوگاهها
$X_{Cl_i}, Y_{Cl_i}, Z_{Cl_i}$	-	مختصات هندسی متناظر با خوشه معادل $Cl_i$
$I$	-	بازه متناظر با عدد هم‌آرایی ورودی در تابع چگالی احتمال
$C$	-	بازه متناظر با اندازه حفرات ورودی در تابع چگالی احتمال
$R_p$	$m$	شعاع حفرات در مدل
$MMB$	-	کره‌های بیشینه اصلاح‌شده
$\chi_k$	-	نسبت تخلخل مدل به تخلخل ورودی در مرحله $k$ ام از بهینه‌سازی
$\phi_k$	-	تخلخل مدل در مرحله $k$ ام از بهینه‌سازی
$\phi_{org}$	-	تخلخل ورودی
$l$	-	قدر مطلق کران پایین بازه احتمال تولید فضای سنگ
$V_i$	$m^3$	حجم سنگ
$G$	-	تعداد گلوگاهها
$R_{CL}$	$m$	میانگین حجمی شعاع حفرات خوشه‌ی $Cl_i$

## منابع

- Al-Kharusi, A. S., & Blunt, M. J. (2007). Network extraction from sandstone and carbonate pore space images. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 56(4), 219-231 .
- Al-Raoush, R., & Willson, C. (2005). Extraction of physically realistic pore network properties from three-dimensional synchrotron X-ray microtomography images of unconsolidated porous media systems. *Journal of Hydrology*, 300(1), 44-64 .
- Ams, J.-Y., Robins, V., Sheppard, A. P., Sok, R. M., Pinczewski, W. V., & Knackstedt, M. A. (۲۰۰۴). Effect of network topology on relative permeability. *Transport in porous media*, 55(1), 21-46 .

- Blunt, M., Fenwick, D., & Zhou, D. (1994). *What determines residual oil saturation in three-phase flow?* Paper presented at the SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium.
- Blunt, M., King, M. J., & Scher, H. (1992). Simulation and theory of two-phase flow in porous media. *Physical Review A*, 46(12), 7680 .
- Blunt, M. J., Jackson, M. D., Piri, M., & Valvatne, P. H. (2002). Detailed physics, predictive capabilities and macroscopic consequences for pore-network models of multiphase flow. *Advances in Water Resources*, 25(8), 1069-1089 .
- Bryant, S., & Blunt, M. (1992). Prediction of relative permeability in simple porous media. *Physical Review A*, 46(4), 2004 .
- Chandler, R., Koplik, J., Lerman, K., & Willemsen, J. F. (1982). Capillary displacement and percolation in porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 119, 249-267 .
- Dong, H., & Blunt, M. J. (2009). Pore-network extraction from micro-computerized-tomography images. *Physical Review E*, 80(3), 036307 .
- Fatt, I. ((1956a)). The Network Model of Porous Media, I. Capillary Pressure Characteristics. *Trans. AZME* .
- Fatt, I. ((1956b)). The Network Model of Porous Media, II. Dynamic Properties of a Single Size Tube Network. *Trans. AIME* .
- Fatt, I. ((1956c)). The Network Model of Porous Media, III. Dynamic Properties of Networks with Tube Radius Distribution. *Trans. AIME* .
- Gao, S., Meegoda, J. N., & Hu, L. (2012). Two methods for pore network of porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 36(18), 1954-1970 .
- Hilpert, M., Glantz, R., & Miller, C. T. (2003). Calibration of a pore-network model by a pore-morphological analysis. *Transport in Porous Media*, 51(3), 267-285 .
- Ioannidis, M. A & Chatzis, I. (1993). Network modelling of pore structure and transport properties of porous media. *Chemical Engineering Science*, 48(5), 951-972 .
- Jamshidi, S., Bozorgmehry Boozarjomehry, R., & Pishvaie, S. M. R. (2010). An Irregular Lattice Pore Network Model Construction Algorithm. *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering (IJCCCE)*, 29(1), 61-70 .
- Jiang, Z., Van Dijke, M., Wu, K., Couples, G., Sorbie, K., & Ma, J. (2012). Stochastic pore network generation from 3D rock images. *Transport in Porous Media*, 94(2), 571-593 .
- Jivkov, A. P., Hollis, C., Etiese, F., McDonald, S. A., & Withers, P. J. (2013). A novel architecture for pore network modelling with applications to permeability of porous media. *Journal of Hydrology*, 486, 246-258.
- Joekar-Niasar, V., & Hassanizadeh, S. (2012). Analysis of fundamentals of two-phase flow in porous media using dynamic pore-network models: A review. *Critical reviews in environmental science and technology*, 42(18), 1895-1976 .
- Knackstedt, M. A., Sheppard, A. P & Pinczewski, W. (1998). Simulation of mercury porosimetry on correlated grids: Evidence for extended correlated heterogeneity at the pore scale in rocks. *Physical review E*, 58(6), R6923 .
- Koplik, J., & Lasseter, T. (1985). Two-phase flow in random network models of porous media. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 25(01), 89-100 .



- Larson, R., Scriven, L., & Davis, H. (1977). Percolation theory of residual phases in porous media. *Nature*, 268(5619), 409-413 .
- Larson, R., Scriven, L., & Davis, H. (1978). Percolation theory of two phase flow in porous media. *Chemical Engineering Science*, 36(1), 57-73 .
- Okabe, H., & Blunt, M. (2003). *Multiple-point statistics to generate geologically realistic pore-scale representations*. Paper presented at the Proceedings of the Society of Core Analysts' Annual Meeting, SCA2003-A33.
- Oren, P. (1994). *Pore-scale network modelling of waterflood residual oil recovery by immiscible gas flooding*. Paper presented at the SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium.
- Øren, P., & Pinczewski, W. (1991). *The effect of film-flow on the mobilization of waterflood residual oil by gas flooding*. Paper presented at the IOR 1991-6th European Symposium on Improved Oil Recovery .
- Oren, P. E., & Pinczewski, W. V. (1994). The effect of wettability and spreading coefficients on the recovery of waterflood residual oil by miscible gasflooding. *SPE Formation Evaluation*, 9(02), 149-156 .
- Paterson, L., Painter, S., Knackstedt, M. A., & Pinczewski, W. V. (1996). Patterns of fluid flow in naturally heterogeneous rocks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 233(3-4), 619-628 .
- Paterson, L., Painter, S., Zhang, X., & Pinczewski, V. (1996). *Simulating residual saturation and relative permeability in heterogeneous formations*. Paper presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition.
- Prat, M. (2002). Recent advances in pore-scale models for drying of porous media. *Chemical Engineering Journal*, 86(1), 153-164 .
- Raouf, A., & Hassanizadeh, S. M. (2010). A new method for generating pore-network models of porous media. *Transport in Porous Media*, 81(3), 391-407 .
- Reeves, P. C., & Celia, M. A. (1996). A functional relationship between capillary pressure, saturation, and interfacial area as revealed by a pore-scale network model. *Water Resources Research*, 32(8), 2345-2358 .
- Silin, D., & Patzek, T. (2006). Pore space morphology analysis using maximal inscribed spheres. *Physica A: Statistical mechanics and its applications*, 371(2), 336-360 .
- Toledo, P. G., Scriven, L., & Davis, H. T. (1994). Pore-space statistics and capillary pressure curves from volume-controlled porosimetry. *SPE Formation Evaluation*, 9(01), 46-54 .
- Xiong, Q., Baychev, T. G., & Jivkov, A. P. (2016). Review of pore network modelling of porous media: experimental characterisations, network constructions and applications to reactive transport. *Journal of contaminant hydrology*, 192, 101-117 .