



## مدل سازی تنیده ترموهیدرومکانیکی مخازن هیدروکربنی

حسن قاسم زاده<sup>۱\*</sup>؛ محمد صنایع پسند<sup>۲</sup>

۱. دانشیار؛ دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
۲. دانشجوی دکتری؛ دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۱/۳۱ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸

DOI: 10. 22107/jpg. 2019. 179581. 1091

### چکیده

در یک مخزن نیروهای ناشی از تنش‌های مکانیکی، تنش‌های حرارتی و فشار سیالات بر روی یکدیگر اثر گذاشته و یک پدیده کاملاً بهم‌تنیده را ایجاد می‌کنند. تغییر شکل‌های مخازن در اثر دما و تنش‌های مکانیکی سبب تغییرات تنش مؤثر شده و میزان دبی تولید را تحت تأثیر قرار می‌دهد. به صورت مشابه فشار حفره‌ای و تغییرات درجه حرارت سبب تغییر شکل در مخازن می‌شود. از آنجاکه این پدیده‌ها به صورت دوطرفه در اندرکنش با یکدیگر قرار دارند، لحاظ کردن تأثیرهای حرارت، فشار حفره‌ای و تغییر شکل‌ها بر تولید مخزن در برنامه‌های شبیه‌سازی مخزن نیازمند حل هم‌زمان معادلات حرارت، ژئومکانیک و جریان است. در این تحقیق ابتدا به بررسی تاریخچه مدل‌سازی ترموهیدرومکانیک پرداخته می‌شود. سپس معادلات حاکم شامل سه دسته معادلات توازن جرم، توازن مومنوم و توازن انرژی برای یک محیط متخلخل تغییر شکل‌پذیر غیر هم دما که توسط سه فاز سیال آب، نفت و گاز اشباع شده است، ارائه می‌شوند. این معادلات به یکدیگر وابسته بوده و به صورت دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی حل می‌گردند. با توجه به تنیده بودن معادلات حاکم و پیچیده بودن شرایط مرزی آن‌ها، این دستگاه معادلات معمولاً به روش عددی حل می‌شوند. روش‌های عددی مختلفی برای حل بکار گرفته شده است که دارای نقاط ضعف و قوت متفاوتی هستند. در این مقاله حل عددی معادلات تنیده ترموهیدرومکانیکی حاکم بر مخازن هیدروکربنی، به روش ترکیبی اجزا محدود و احجام محدود مطرح شده و مثال‌هایی از شبیه‌سازی محیط‌های متخلخل ارائه می‌گردد. مثال‌ها توانایی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهند.

### واژگان کلیدی

مدل‌سازی تنیده،  
ترموهیدرومکانیک، محیط  
متخلخل، مخازن زیرزمینی  
نفت و گاز، روش‌های عددی،  
مدل چندمقیاسی، مخازن  
شکاف‌دار

### ۱. پیش‌گفتار

مخزن جهت افزایش تولید هستند. این تغییر شکل‌ها با اثر گذاشتن بر میزان تخلخل و نفوذپذیری توده سنگ و همچنین ایجاد تغییر در فشار مخزن، می‌توانند بر میزان بازدهی مخزن تأثیر گذار باشند. اگرچه تأثیر تغییر شکل مخزن بر میزان تولید تأثیر دارد، با توجه به عمق معمول مخازن و لایه‌بندی‌های مختلف زمین، ممکن است تغییر شکل‌های مخزن در سطح زمین تأثیر چندانی نداشته باشد. با این وجود در مخازنی در دریای شمال مانند میدان والهال و اکوفیسک نشست سطحی زیاد بوده و تأسیسات سرچاهی و بهره‌برداری با مشکلاتی مواجه شده‌اند. همچنین در میدان ویلمینگتن کالیفرنیا ۹ متر نشست سطحی نیز گزارش شده است. در میدان آغاچاری ایران، در فاصله زمانی ۷ ماه میزان نشست ۱۹ میلی‌متر ثبت شده و علت آن،

تحلیل‌های ترموهیدرومکانیکی در طراحی سیستم‌های انرژی تجدیدپذیر نظیر انرژی زمین‌گرمایی، سیستم‌های مرتبط با محیط‌زیست نظیر دفن زباله‌های هسته‌ای، سیستم‌های مرتبط با مخازن نفت و گاز نظیر تحلیل پایداری چاه‌ها، شکست هیدرولیکی در مخازن، استخراج در مخازن تغییر شکل‌پذیر و افزایش بهره‌وری استخراج نفت اهمیت زیادی دارد. تغییر شکل‌های به وقوع پیوسته در سنگ مخزن، به عنوان یک پدیده مؤثر در میزان تولید به شمار می‌آیند. این تغییر شکل‌ها که در اثر تغییر تنش مؤثر سنگ مخزن به وجود می‌آیند، تابعی از تنش‌های مکانیکی، تنش‌های حرارتی و تغییرات فشار حفره‌ای ناشی از استخراج نفت یا تزریق در

هیدرولیکی و حرارتی متفاوتی بوده و بررسی ترموهیدرومکانیکی می‌تواند کمک شایانی به برنامه تولید آن‌ها بنماید. برای انجام مدل‌سازی ترموهیدرومکانیکی نیاز به برداشت داده‌های ژئومکانیکی و حرارتی مخازن است.

افزایش میزان برداشت از مخزن گزارش شده است (Fouladi Moghaddam et al., 2010). بیشتر مخازن نفتی کربناته ایران دارای شکاف و شکستگی طبیعی هستند. در جدول ۱ مشخصات بعضی از این میادین آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این میادین دارای شرایط مکانیکی،

جدول ۱. مشخصات بعضی از میادین کربناته شکاف‌دار ایران

میدان نفتی	نوع سازند	تخلخل (%)	عمق (کیلومتر)	درجه حرارت (°C)	درجه اشباع (%)
اهواز (بنگستان)	ایلام	۱۱/۸	۳/۲ - ۴/۱۵	۶۶	۲۸
زاغه	کوه پیده	۳۱-۲۴	۲/۹	۷۹/۵	۸۰
پایدار	آسماری و بنگستان	۱۲/۴	۴	۴۵/۵	۷۵
کوه موند	آسماری	۱۹	۰/۳۲ - ۰/۶۴	۲۱	۶۶
کوه موند	سروک	۱۶	۱/۱ - ۱/۲	۴۳	۴۶
کوه موند	چهرم	۸/۲	۴/۲۸	۱۲۹-۶۵	۶۸/۵
مارون	آسماری	۱۰	۳/۲ - ۳/۷	-	-
آغاچاری	آسماری	۱۴	-	-	-
بی‌بی حکیمه	آسماری	۱۰	-	-	-

مکانیکی (تغییر شکل)، جریان هیدرولیکی (دبی سیال) و جریان حرارتی (شار گرما) در محیط مخزن می‌شوند. می‌توان تغییر شکل‌های متناظر با تنش‌های مکانیکی را جداگانه تحلیل نموده و به دست آورد. به طور مشابه می‌توان تنش‌های حرارتی و تغییر شکل‌های متناظر با آن را جداگانه و فشار سیالات و جریان سیال را جداگانه تحلیل نمود. این روش تحلیل، تأثیر نیروها را جداگانه در نظر گرفته و در بسیاری از مخازن، جریان‌های درستی را پیش‌بینی نمی‌کند. اگر این معادلات به صورت هم‌زمان حل شوند تحلیل به صورت توأم یا تنیده خواهد بود. در این تحلیل می‌توان تأثیر یک نیرو را بر جریان ناشی از نیروی دیگر در نظر گرفت که اثر نام دارد. برای مثال اثر مکانیکی-هیدرولیکی بدین نحو است که تنش مکانیکی سبب تغییر تخلخل محیط می‌گردد که خود باعث تغییر میزان جریان سیال است. به عبارت دیگر علاوه بر گرادیان فشار سیال، تنش مکانیکی میزان جریان سیال را نیز عوض می‌نماید. در جدول ۲ تنیدگی و اثرات نیروهای مکانیکی، هیدرولیکی و حرارتی مخازن خلاصه شده است.

دما و گرادیان حرارتی مخزن (تغییرات دمای مخزن در عمق) به دلیل اثرگذاری بر روی نیروهای مکانیکی و هیدرولیکی، در میزان برداشت نفت از آن تأثیرگذار هستند. همچنین امروزه روش‌های مختلف افزایش دما از قبیل تزریق آب گرم، تزریق بخار آب، تزریق بخارهای حلال هیدروکربنی و احتراق جهت افزایش بازدهی مخزن استفاده می‌شوند.

تغییرات حرارتی در مخازن می‌تواند سبب تغییر ویسکوزیته و تغییر شکل مخزن شده و در نتیجه باعث ایجاد تغییرات در میزان استخراج نفت شود. برای مثال در میدان نفتی مارون، در دو چاه نفت با شرایط تقریباً مشابه یکی از چاه‌ها نسبت به دیگری بیش از ۲۰ درصد تولید گزارش گردیده بود که در طی مطالعات هیدرودینامیک میدان مشخص گردید اضافه تولید مرتبط با تفاوت دمای چاه‌ها بوده است. یکی از چاه‌ها در نزدیکی گسلی قرار داشته که حرکات تکتونیکی آن سبب افزایش دما در حدود دو درجه نسبت به چاه مشابه و در نتیجه بازدهی متفاوت دو چاه شده است. در یک مخزن می‌تواند نیروهای مکانیکی، هیدرولیکی و حرارتی به ترتیب ناشی از تغییر تنش مکانیکی، تغییرات فشار سیال و تغییرات دما وجود داشته باشد. این نیروها سبب جریان‌های

جدول ۲. اثرات و تنیدگی ترموهیدرومکانیک مخازن

جریان نیرو	مکانیک (تغییر شکل)	هیدرولیک (دبی سیال)	حرارت (شار گرما)
تنش مکانیکی	- تنش، تغییر شکل، آسیب، مقاومت و گسیختگی در بافت. - آغاز، رشد، گرفتگی، آسیب و جابجایی شکافها	اثر M-H اثرات تنش - تغییر شکل، آسیب بر تخلخل بافتی، نفوذپذیری بافتی، قابلیت نقل و انتقال شکاف و ارتباط شبکه‌ای شکاف	اثر M-T تبدیل کار مکانیکی به نمو حرارتی. (این اثر به طور مناسبی تعریف نشده و معمولاً از آن چشم‌پوشی می‌گردد.)
	اثر H-M - تنش مؤثر- بافت تابع بازشدگی ترک‌ها، فشار و صلبیت شکافها - فشارهای مویبندی و تورم- درجه اشباع (تنش و نفوذپذیری با یکدیگر رابطه دارند.)	جریان سیال داری یا غیرداری در بافت و شکافها. منشأ: نفوذ آب سطحی (شارژ مجدد)، جابجایی آب زیرزمینی، نفوذ آب دریا، جریان سیال در مخازن هیدروکربنی، پمپاژ و تزریق آب (سرد/ داغ) در میدین زمین حرارتی	اثر H-T همرفت حرارتی توسط میدان سرعت سیال
حرارتی (دها)	اثر T-M تنش و انبساط حرارتی بافت، بسته- شدگی، بازشدگی، آسیب و یا تغییر شکل برگشت‌ناپذیر شکافها	اثر T-H تغییرات شناوری و ویسکوزیته سیال، تغییر فاز سیال (تبخیر و میعان) ، پخش حرارتی جریان رطوبت	هدایت حرارت، همرفت و تابش ناشی از منابع حرارتی مصنوعی یا طبیعی. منشأ: زوال ضایعات رادیواکتیو، گرادیان‌های زمین حرارتی، تزریق و استخراج آب داغ/ سرد، خنک‌سازی توسط ذخیره گاز طبیعی

تغییر در خواص سیالات مثل گرانشی و تغییر حجم، توزیع فشار را در محیط تحت تأثیر قرار می‌دهد. اما در عملکرد دوم تغییر شکل‌های حرارتی و تغییر حجم مخزن باعث باز توزیع فشار در محیط می‌گردند. عملکرد اول با حل معادلات جریان و انتقال حرارت در محیط قابل مدل‌سازی است. اما جهت مدل‌سازی عملکرد دوم لازم است تا معادلات ژئومکانیک نیز با معادلات فوق به صورت تنیده حل گردند.

## ۲. تاریخچه

انواع مدل‌سازی‌های تنیده را می‌توان از منظرهای متفاوتی دسته‌بندی نمود. نحوه تعیین معادلات حاکم بر محیط‌های متخلخل، مقیاس معادلات و روش حل معادلات از جمله منظرهای دسته‌بندی است. از نظر نحوه تعیین معادلات حاکم می‌توان روش‌های مبتنی بر روش بیوت و روش مخلوط‌ها را نام برد. از نظر مقیاس، روش‌های دارای مقیاس میکروسکوپی (ریزبینانه) و مقیاس ماکروسکوپی (درشت بینانه) وجود دارد و از نظر روش حل معادلات روش‌های عددی نظیر تفاوت محدود، احجام محدود و اجزای محدود را می‌توان نام برد که هر یک دارای معایب و مزایای خاص خود

محققین بسیاری دقت مدل‌های غیرتنیده مرسوم در مدل‌سازی مخازن را مورد تردید قرار داده‌اند. باید توجه کرد که عامل اصلی به وجود آمدن تغییر شکل در محیط‌های متخلخل، تغییر در تنش مؤثر است. در حالی که در مدل‌های غیرتنیده چنین شاخصی اصلاً در نظر گرفته نمی‌شود. افزایش فشار حفره‌ای مخزن باعث کاهش تنش مؤثر و تورم مخزن می‌شود. تورم مخزن بر میزان تولید اثر منفی دارد، یعنی میزان تولید را کاهش می‌دهد. با گذشت زمان، فشار حفره‌ای مخزن مستهلک شده و به تنش مؤثر تبدیل می‌شود. افزایش تنش مؤثر باعث کاهش حجم مخزن شده و در نتیجه به ازدیاد برداشت کمک خواهد نمود. مدل‌سازی این فرآیند دوگانه و پیچیده بدون حل توأم معادلات ژئومکانیک و جریان، می‌تواند با خطای زیاد همراه باشد.

امروزه با توجه به پیشرفت روش‌های استخراج حرارتی و رواج یافتن آن در مخازن نفتی، نیاز به تحلیل حرارتی مخازن گریزناپذیر است. افزایش درجه حرارت مخزن باعث کاهش گرانشی سیالات شده و استحصال آن‌ها را آسان‌تر می‌نماید. تغییر درجه حرارت مخزن با دو نوع عملکرد مهم باعث تغییر الگوی فشار حفره‌ای مخزن نیز می‌گردد. عملکرد اول از طریق

تکنیک میانگین‌گیری جهت توصیف سیستم‌ها و پدیده‌های پیچیده دارای قدمتی نسبتاً طولانی است. بعضاً اشکالات ریاضی نیز بر میانگین‌گیری وارد است. از جمله اینکه در این مدل‌ها معمولاً از یک عملگر واحد میانگین‌گیری برای به دست آوردن میانگین کمیت‌های گوناگون که از لحاظ فیزیکی دارای مفاهیم کاملاً متفاوت هستند، استفاده شده است. برای مثال در بسیاری از آن‌ها از یک عملگر میانگین‌گیری حجمی به صورت واحد برای به دست آوردن دانسیته جرمی میانگین و تانسور تنش میانگین استفاده شده است. در حالیکه این دو کمیت دارای ماهیتی کاملاً متفاوت هستند. حسنی‌زاده به بیان و تبیین یک فرآیند منظم میانگین‌گیری برای به دست آوردن معادلات درشت‌بینانه و شرایط ناپویستگی در سطوح مرزی پرداخت. شرفلر (Schrefler, 2004) بر اساس نظریه مخلوط‌ها، یک مدل کاملاً تنیده برای محیط‌های متخلخل تغییرشکل‌پذیر نیمه اشباع ارائه نمود. این مدل در حالت نظری بسیاری از پدیده‌های ریز مقیاس مانند سطوح تماس بین فازهای مختلف را در خود جای داد.

لو و همکارانش (Lo et al., 2002) معادلات دیفرانسیل توازن جرم و مومنتوم در محیط‌های متخلخل تغییرشکل‌پذیر دو فازه (دو فاز سیال) را بر اساس نظریه مخلوط‌ها ارائه نمودند. این معادلات دارای ترم‌های اندرکنشی حاصل از صرف‌نظر نکردن از شتاب نسبی بین فازهای جامد و سیال است. تحقیقات ایشان نشان می‌دهد ترم‌های فوق‌الذکر در هنگام مواجهه با یک محیط متخلخل اشباع و بارفتار کشسان از بین رفته و استفاده از نظریه بیوت برای این نوع محیط‌ها کفایت خواهد نمود. اما در مورد محیط‌های شامل چند فاز سیال وجود این ترم‌ها در معادلات، جواب‌های بهتری را نسبت به مدل‌های مرسوم ارائه می‌نماید.

قاسم‌زاده (Ghasemzadeh, 2008) بر اساس نظریه مخلوط‌ها، معادلات انتقال حرارت و آلودگی در محیط‌های متخلخل نیمه اشباع تغییرشکل‌پذیر را ارائه و حل نمود. مدل ایشان، معادلات انتقال جرم (آب، هوا، بخار و آلاینده)، مومنتوم، حرارت و اندرکنش‌های شیمیایی بین آن‌ها را به طور کاملاً تنیده بررسی نموده است. این مدل رفتار محیط متخلخل را به صورت کشسان-خمیری در نظر گرفته و معادلات را به روش اجزاء محدود حل نموده است. این مدل جواب‌های مناسبی را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارائه

هستند. بیوت (Biot, 1941) به تشریح رفتار کشسان و هم‌دمای محیط‌های متخلخل اشباع از آب پرداخت. نظریه بیوت به صورت وسیع مورد استفاده محققین مختلف قرار گرفت و اثرات مربوط به تراکم‌پذیری سیال و اثر تغییرات نفوذپذیری در تحلیل مسائل تحکیم به آن اضافه شد. کوسی با استفاده از مفاهیم جامع ترمودینامیک به توسعه نظریه بیوت برای در نظر گرفتن جامع‌تر رفتار کشسان-خمیری محیط‌های متخلخل پرداخت (Coussy, 1995). کوسی علاوه بر در نظر گرفتن تغییرشکل کشسان-خمیری برای فضای خالی بین دانه‌ها، خود دانه‌های جامد را نیز دارای خاصیت کشسان-خمیری معرفی کرد. علاوه بر نظریه بیوت که جواب‌های مناسبی هم ارائه نموده است، نظریه مخلوط‌ها نیز یک گزینه مطلوب برای مدل‌سازی محیط‌های متخلخل می‌باشد. نظریه بیوت در توجیه ترمودینامیکی برخی از پدیده‌ها با مشکلاتی مواجه بوده است (Wei, 2001) استفاده از نظریه مخلوط‌ها در محیط‌های چند فازه می‌تواند توجیه بهتر معادلات و انعطاف‌پذیری بیشتر آن‌ها را فراهم نماید (de Boer & Bluhm, 1999).

نظریه‌های اشاره شده فوق، در واقع با یک نگاه صرفاً درشت‌بینانه به استخراج معادلات پرداخته‌اند. اما امروزه با توجه به توسعه علوم، محققین بسیاری سعی کرده‌اند تا به مدل‌سازی پدیده‌ها در مقیاس ریز بپردازند، برای مثال از روش لتیس-بولتزن می‌توان نام برد (Wang et al., 2012; Zhou & Yu, 2012; Ghassemi & Pak, 2015). اگرچه مدل‌سازی پدیده‌های با مقیاس درشت با استفاده از مدل‌های ریزمقیاس همچنان ممکن نیست، اما سعی محققین بر آن است تا فراسنج‌های ریزمقیاسی که بر مدل‌سازی‌های بزرگ-مقیاس تأثیرگذار هستند را به نوعی در معادلات درشت‌بینانه اثر دهند. اما عملی‌سازی این رویکرد جدید، در نظریه‌هایی که صرفاً با نگاه درشت‌بینانه به استخراج معادلات می‌پردازند، با دشواری همراه است.

حسنی‌زاده (Hassanizadeh, 1980) از جمله محققینی است که به برقراری ارتباط بین دو رویکرد ریزمقیاس و درشت‌مقیاس در نظریه مخلوط‌ها پرداخت. ایشان معادلات را ابتدا در سطح ریزمقیاس نوشته و با میانگین‌گیری از آن‌ها بر روی یک حجم پایه معرف، معادلات سطح درشت‌مقیاس را به دست آورد. البته باید اشاره کرد، استفاده از

نموده است. هر چند استفاده از روش اجزاء محدود استاندارد جهت گسسته سازی همه معادلات باعث به وجود آمدن نوسانات عددی در معادلات شامل ترم‌های همرفت و پخش می‌شود. برای حل این معضل، توسعه مدل مخازن نفت تغییر شکل پذیر در تحقیقات بعدی با استفاده از روش ترکیبی اجزای محدود و احجام محدود صورت پذیرفت (Ghoreishian et al., 2013; Sadrnejad et al., 2012; Ghoreishian et al., 2017). در ادامه این روند، جهت تسریع در انجام محاسبات مخازن و کاهش زمان اجرای شبیه سازی مخازن، مدل‌های چندمقیاسی و با شبکه بندی انطباقی توسط ایشان و همکارانش توسعه یافت (Sadrnejad et al., 2015; Taheri et al., 2015; Taheri et al., 2017; Ghasemzadeh & Sanaye Pasand, 2019).

### ۳. معادلات حاکم

در این قسمت معادلات ترموهیدرومکانیک حاکم بر محیط متخلخل مخازن بیان می‌شود. در این معادلات فرض این است که هر نقطه فرضی از فضای مادی، به طور هم‌زمان توسط تمام فازهای موجود اشغال شده‌اند. به عبارت دیگر، همه فازها به عنوان محیط‌های پیوسته تلقی شده‌اند. رفتار مجموعه محیط متخلخل به صورت کشسان خطی در نظر گرفته شده و تغییر شکل محیط و گرادیان آن‌ها بسیار کوچک فرض شده‌اند. فاز آب و فاز جامد هیچ‌گونه تبادل جرمی با فازهای دیگر ندارند.

به عبارت دیگر جزء (ماده) آب فقط در فاز آب وجود دارد و این فاز شامل ماده دیگری نیست. این گفته در مورد فاز جامد نیز صادق است. تنها تبادل جرم مجاز در مجموعه مخلوط، حل شدن فاز گاز در فاز نفت می‌باشد. به عبارت دیگر با افزایش فشار، فاز گاز به نفت وارد شده به صورت محلول در آن در می‌آید و با کاهش فشار محیط، گاز محلول در نفت از آن خارج شده و به فاز گاز می‌پیوندد.

در مکانیک سیالات معمولاً از دیدگاه اوپلری برای توصیف معادلات استفاده می‌شود، درحالی‌که در مکانیک جامدات از دیدگاه لاگرانژی استفاده می‌شود. در اینجا ترکیب دو دیدگاه استفاده می‌شود. در این روش اسکلت جامد به عنوان سیستم مادی در دیدگاه لاگرانژی است و سیالات

رابطه (۱)  $w_\alpha = v_\alpha - v_s$ ,  $\alpha \neq s$

اندیس  $\alpha$  نماینده فاز  $\alpha$  است که در حالت کلی یکی از مقادیر  $w$  مربوط به فاز آب،  $0$  مربوط به فاز نفت،  $g$  مربوط به فاز گاز و  $s$  مربوط به فاز جامد هستند. در معادله فوق  $w_\alpha$  سرعت نسبی سیال  $\alpha$  نسبت به فاز جامد،  $v_\alpha$  سرعت واقعی سیال  $\alpha$  و  $v_s$  سرعت فاز جامد است. با توجه به دیدگاه توصیف معادلات، مشتق مادی که یک مفهوم لاگرانژی است، تعریف می‌شود. برای مثال شتاب یک ذره در فضا بیانگر مشتق مادی سرعت این ذره نسبت به زمان است. جهت بدست آوردن شتاب، دیدگاه مورد استفاده باید دیدگاه لاگرانژی باشد تا بتواند مسیر ذره را در فضا دنبال و سرعت آن را نسبت به زمان مشتق گیری نماید. مشتق مادی یک تابع دیفرانسیل پذیر در فاز  $\alpha$  مانند  $f_\alpha(x, t)$  نسبت به فاز متحرک جامد عبارتست از:

$$\frac{D^s f_\alpha}{Dt} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + (\nabla f_\alpha) \cdot v_s \quad \text{رابطه (۲)}$$

که در آن،  $\frac{D^s f_\alpha}{Dt}$  بیانگر مشتق مادی تابع  $f$  از فاز  $\alpha$  نسبت به فاز جامد می‌باشد. با کمی کار ریاضی می‌توان نشان داد که:

$$\frac{D^s f_\alpha}{Dt} = \frac{D^\alpha f_\alpha}{Dt} - (\nabla f_\alpha) \cdot w_\alpha \quad \text{رابطه (۳)}$$

فرضیات انجام شده در نوشتن معادلات عبارت است از:

#### ۳.۱ توازن جرم

معادلات توازن جرم برای فاز جامد و فازهای سیال به صورت زیر است:

$$\frac{D^s [(1-n)\rho_s]}{Dt} + (1-n)\rho_s \nabla \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$\frac{D^s [n_\alpha \rho_\alpha]}{Dt} + \nabla \cdot (n_\alpha \rho_\alpha \mathbf{w}_\alpha) + n_\alpha \rho_\alpha \nabla \cdot \mathbf{v}_s = e_{\alpha\beta}^\alpha + \dot{\Lambda} \quad \text{رابطه (۵)}$$

### ۳.۲ توازن تکانه خطی

معادله توازن تکانه خطی برای فاز جامد و فازهای سیال عبارت است از:

$$(1-n)\rho_s \frac{D^s \mathbf{v}_s}{Dt} + \nabla \cdot ((1-n)\mathbf{t}_s) = \sum_{\alpha \neq s} \mathbf{T}_{s\alpha}^s + (1-n)\rho_s \mathbf{g} \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$n_\alpha \rho_\alpha \frac{D^s \mathbf{v}_\alpha}{Dt} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{t}_\alpha) + n_\alpha \rho_\alpha (\nabla \mathbf{v}_\alpha) \cdot \mathbf{w}_\alpha = \sum_{\beta \neq \alpha} \mathbf{T}_{\alpha\beta}^\alpha + n_\alpha \rho_\alpha \mathbf{g}, \quad \begin{cases} \alpha = w, o, g \\ \beta = s, w, o, g \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

در معادله فوق  $\mathbf{g}$  بردار شتاب گرانش است که بیانگر نیروی جرمی وارد بر فاز می‌باشد.  $\mathbf{t}_\alpha$  نیز ماتریس تنش فاز  $\alpha$  و مومنتوم مبادله شده بین دو فاز حاصل از اندرکنش مکانیکی ( $\mathbf{T}_{\alpha\beta}^\alpha$ ) است. کل مومنتوم خطی منتقل شده بین فازها برابر صفر است:

$$\sum_\alpha \sum_{\beta \neq \alpha} \mathbf{T}_{\alpha\beta}^\alpha = 0, \quad \alpha, \beta = s, w, o, g \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

تبادل مومنتوم خطی در سطوح تماس جامد سیال برابر است با (Lewis & Schrefler, 1998):

$$\mathbf{T}_{\alpha s}^\alpha = -\mathbf{R}_\alpha n_\alpha \mathbf{w}_\alpha + p_\alpha \nabla n_\alpha \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

با فرض معکوس پذیر بودن  $\mathbf{R}_\alpha$  آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$n$  در معادلات فوق معرف تخلخل است که بیانگر نسبت حجم حفرات به حجم کل محیط متخلخل و  $n_\alpha$  بیانگر نسبت حجمی<sup>۱</sup> فاز  $\alpha$  می‌باشد که به صورت  $n_\alpha = \frac{V_\alpha}{V}$  تعریف می‌شود. بنابراین برای نسبت حجمی فازهای مختلف رابطه  $n_w + n_o + n_g + n_s = 1$  برقرار است.  $\rho_\alpha$  بیانگر دانسیته فاز  $\alpha$  می‌باشد. شایان ذکر است که  $\rho_\alpha$  در حقیقت میانگین حجمی ذاتی<sup>۲</sup> دانسیته فاز  $\alpha$  می‌باشد و بنابراین  $\rho_s$  دانسیته دانه‌های جامد می‌باشد و نباید با دانسیته اسکلت خاک اشتباه شود. همچنین  $\dot{\Lambda}$  نرخ جرم سیال ورودی یا خروجی به محیط از طریق چشمه یا چاهک را معرفی می‌کند.  $e_{\alpha\beta}^\alpha$  برابر نرخ تبادل جرم بین دو فاز  $\alpha$  فاز  $\beta$  است که از طریق سطح تماس رخ می‌دهد. نرخ تبادل جرم ( $e_{\alpha\beta}^\alpha$ ) برای فازهای گاز و نفت برابر است با:

$$e_{og}^g = -e_{og}^o = \dot{t} \quad \text{رابطه (۶)}$$

$\dot{t}$  در رابطه فوق معرف نرخ تبادل جرم بین دو فاز نفت و گاز می‌باشد. با کمی کار ریاضیاتی برای یک نقطه می‌توان نوشت:

$$dm_{og} = R'_{so} \rho_{Gs} \frac{n_o}{B_o} dp_o + R'_{soT} \rho_{Gs} \frac{n_o}{B_o} dT \quad \text{رابطه (۷)}$$

دانسیته فاز نفت ( $\rho_o$ ) برابر است با:

$$\rho_o = \frac{R_{so} \rho_{Gs} + \rho_{Os}}{B_o} \quad \text{رابطه (۸)}$$

که در آن ( $R_{so}$ ) نسبت مخلوط نفت و گاز است و طبق تعریف برابر است با حجم گازی که در شرایط فشار و دمای مخزن در واحد حجم فاز نفت حل می‌شود. همچنین ( $B_o$ ) ضریب تشکیل حجمی فاز نفت به صورت حجم فاز نفت در شرایط مخزن به حجم همان مقدار فاز نفت در شرایط استاندارد تعریف می‌شود.

<sup>1</sup> Volume Fraction

<sup>2</sup> Intrinsic Volume Average

مدل سازی تنیده ترموهیدرومکانیکی مخازن هیدروکربنی

$$\mathbf{K}_\alpha = n_\alpha (\mathbf{R}_\alpha)^{-1} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

نفوذپذیری محیط متخلخل نسبت به فاز سیال  $\alpha$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\mathbf{K}_\alpha = \frac{k_{r\alpha} \mathbf{K}}{\mu_\alpha} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

در رابطه فوق،  $\mathbf{K}$  ماتریس نفوذپذیری ذاتی،  $\mu_\alpha$  بیانگر لزجت فاز  $\alpha$  است و  $k_{r\alpha}$  بیانگر نفوذپذیری نسبی فاز  $\alpha$  است. معمولاً نفوذپذیری نسبی فاز تر<sup>۳</sup> (آب) و فاز غیرتر (گاز) تنها وابسته به درصد حجمی همان فاز می باشد. لازم به ذکر است با توجه به عدم وجود ممان جرمی در مخازن توازن تکانه زاویه ای به متقارن بودن ماتریس تنش فازها می انجامد.

### ۳.۳ توازن انرژی

فرض می کنیم تمام فازهای موجود در هر نقطه مادی دارای درجه حرارت برابر هستند، به عبارتی تمام فازهای موجود در یک نقطه بلافاصله به تعادل حرارتی می رسند. این فرض به نام تعادل محلی<sup>۵</sup> شناخته می شود. بدین ترتیب می توان به جای نوشتن معادلات تعادل انرژی برای هر یک از فازهای موجود در مخلوط، معادله تعادل انرژی را برای کل مخلوط نوشت. با فرض تعادل محلی معادله توازن انرژی برای کل مخلوط عبارت است از:

$$\rho C \frac{D^s T}{Dt} + (n_w \rho_w C_w w_w + n_g \rho_g C_g w_g + n_o \rho_o C_o w_o) \cdot \nabla T - \rho h + \nabla \cdot \mathbf{q} + e_{og}^s H_g + e_{og}^o H_o = 0 \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

که در آن:

$$\begin{cases} \rho C = (1-n)\rho_s C_s + n_w \rho_w C_w + n_o \rho_o C_o + n_g \rho_g C_g \\ \rho h = (1-n)\rho_s h_s + n_w \rho_w h_w + n_o \rho_o h_o + n_g \rho_g h_g \\ \mathbf{q} = (1-n)\mathbf{q}_s + n_w \mathbf{q}_w + n_o \mathbf{q}_o + n_g \mathbf{q}_g \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

در معادله فوق بیانگر فشار  $C_\alpha$  ظرفیت گرمایی ویژه در

فشار ثابت در فاز  $\alpha$  است.  $\mathbf{q}_\alpha$  بردار شار حرارتی،  $h_\alpha$  ترم مربوط به چشمه و چاهک انرژی و  $H_\alpha$  بیانگر گرمای نهان تغییر حالت فاز  $\alpha$  است. بردار شار حرارتی از قانون فوریه به شکل زیر محاسبه می شود:

$$\mathbf{q} = -\chi_{eff} (\nabla T)^T \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

$\chi_{eff}$  در معادله فوق تانسور قابلیت هدایت گرمایی مؤثر مخلوط است، که از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\chi_{eff} = \chi_s + \chi_o + \chi_w + \chi_g \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

$\chi_\alpha$  بیانگر تانسور قابلیت هدایت گرمایی جزء  $\alpha$  می باشد.

### ۳.۴ معادلات ساختاری

تعداد مجهولات موجود در معادلات پایه بیان شده بسیار بیشتر از تعداد معادلات می باشد. بنابراین جهت حل این دستگاه معادلات به معادلات ساختاری نیازمند هستیم که می توانند از نامعادله آنتروپی با استفاده از انرژی آزاد هلم هولتز به دست آیند:

$$d\sigma' = \mathbf{D}_T [d\epsilon - d\epsilon_0] \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

$\mathbf{D}_T$  ماتریس سختی مماسی و  $d\sigma'$ ،  $d\epsilon$  تغییرات تنش مؤثر و کرنش و  $d\epsilon_0$  تغییرات کرنش گرمایی محیط متخلخل است:

$$d\epsilon_0 = -\left(\frac{\beta_s}{3} \mathbf{I}\right) dT \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

$\beta_s$  بیانگر ضریب انبساط گرمایی محیط متخلخل است. علامت منفی به علت فرض مثبت بودن کرنش های فشاری است. تنش مؤثر از رابطه ذیل بدست می آید:

<sup>۳</sup> Wetting Phase

<sup>۴</sup> Non-wetting Phase

<sup>۵</sup> Local Equilibrium



$$P_{ca\beta} = P_{\alpha} - P_{\beta} \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

#### ۴. حل عددی

روش‌های عددی بسیار متنوعی جهت حل معادلات توأم سیستم‌های چند فازه در محیط متخلخل مورد استفاده قرار گرفته است که از جمله روش‌های تفاوت محدود، اجزای محدود، احجام محدود، اجزای مرزی، اجزای مجزا را می‌توان نام برد (جدول ۳). روش اختلاف محدود از دیر باز در تحلیل این سیستم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما این روش می‌تواند باعث ایجاد پراکندگی عددی در جواب‌ها شده و از طرفی حساسیت آن به جهت‌گیری شبکه زیاد است. ضمناً کاربرد این روش در محیط‌های با هندسه نامنظم و ناهمگن نیز با دشواری‌هایی مواجهه است.

$$\sigma' = \sigma - \frac{1}{n}(n_w p_w + n_o p_o + n_g p_g) I \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

که در آن  $p_{\alpha}$  فشار در فاز  $\alpha$  است. با فرض فشار ناپذیر بودن دانه‌های جامد خاک، تخلخل اسکلت خاک در اثر تغییرات دما و تغییرات تنش موثر تغییر می‌کند (Pao et al., 2001).

$$dn = -(1-n)d[\text{tr}(\varepsilon - \varepsilon_0)] + (1-n)[\beta_s - \beta_m]dT \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

در معادله فوق  $\beta_m$  ضریب انبساط گرمائی دانه‌های جامد می‌باشند. در یک مجموعه چند فازه، حرکت هر فاز سیال بر روی فازهای دیگر سیال اثر گذار خواهد است که معمولاً توسط روابط تجربی بین فشار موئینگی و نسبت حجمی سیالات بیان می‌شود. فشار موئینگی ( $P_{ca\beta}$ ) در سطح تماس  $\alpha\beta$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

جدول ۳. برخی از مدل‌های ترموهیدرومکانیک و روش‌های حل عددی آن‌ها

روش گسسته سازی	مدل	نام برنامه
احجام محدود	جریان در محیط متخلخل چند فازه	Fluent
اجزای محدود	محیط الاستیک با نفوذپذیری وابسته به تنش	COMSOL
اجزای مرزی	مکانیک شکست الاستیک	GeoFrac-Mech
اجزای مجزا	جریان تک فاز	PFC2D
احجام محدود	جریان چندفازی و چند جزئی در محیط الاستیک	STOMP
اجزای محدود و تفاوت محدود	محیط الاستوپلاستیک با نفوذپذیری وابسته به تنش	TOUGH+FLAC3D
احجام محدود-اجزای محدود	مدل چندمقیاسی چند فیزیکی چند فازه ژئومکانیکی	M <sup>3</sup> GM (current program)

در این وجوه پیوسته نیست. در اثر برابر نبودن دبی سیال در وجه مشترک دو المان، دبی خروجی سیال از یک المان لزوماً با دبی ورودی آن به المان مجاور برابر نیست و در نتیجه قانون بقا جرم در این محل نقض می‌گردد. اخیراً، روش‌هایی ملند احجام محدود بی ساختار<sup>۶</sup>، اجزاء محدود مرکب<sup>۷</sup>، ترکیب روش اجزاء محدود و احجام محدود، و روش توابع تقریب حجم کنترل<sup>۸</sup> به عنوان روش‌های با قابلیت تضمین بقا جرم جهت حل عددی معادلات سیال در سیستم‌های چند فازه ارائه شده‌اند. به طور کلی، می‌توان گفت استفاده از این روش‌ها به عنوان

انعطاف پذیری ذاتی روش اجزاء محدود در شبکه‌بندی محیط‌های پیچیده و استفاده از شبکه‌های بی ساختار می‌تواند بر مشکلات فوق‌الذکر غلبه نماید. اما باید توجه داشت، روش اجزاء محدود استاندارد گالریین قادر به تضمین قانون بقا جرم در حالت محلی نمی‌باشد. علت این امر را می‌توان در استفاده از توابع شکل درجه یک برای متغیر فشار جستجو کرد. در این حالت، فشار در تمام محیط پیوسته خواهد بود، اما از آنجا که مشتق توابع شکل درجه یک در وجه مشترک المان‌ها پیوسته نیستند، سرعت سیال و پیرو آن دبی سیال

<sup>6</sup> Unstructured Finite Volume Method

<sup>7</sup> Mixed Finite Element Method

<sup>8</sup> Control Volume Function Approximation Method



روش‌های با شبکه بی ساختار و تضمین قانون بقاء جرم، گام بلندی در شبیه‌سازی سیستم‌های چند فازه بشمار می‌رود. روش‌های موجود اگرچه از توابع شکل مرسوم در اجزاء محدود استفاده می‌کنند، اما بیان معادلات آن‌ها و ساختار داده‌هایشان در برنامه، بر پایه روش احجام محدود استوار می‌باشد. در حقیقت در این روش‌ها خواص محیط متخلخل مثل نفوذپذیری مطلق و تخلخل محیط در مرکز حجم کنترل ذخیره می‌شود. اتخاذ چنین روشی در محیط‌های ناهمگن، استفاده از درون‌یابی میان‌گره‌ای در محاسبات نفوذپذیری را گریز ناپذیر می‌نماید. در حقیقت با توجه به تفاوت نفوذپذیری در اطراف یک گره و با توجه به ذخیره شدن کل اطلاعات در گره‌ها، لازم است تا از یک روش میانگین‌گیری برای بدست آوردن مقدار معادل نفوذپذیری در گره‌ها استفاده شود. این نوع میانگین‌گیری، دقت مدل را تحت تأثیر قرار داده و در بعضی از مواقع استفاده از شبکه‌های بسیار ریز را گریز ناپذیر می‌نماید. علاوه بر این، در اکثر روش‌های کنترل حجم اجزاء محدود توسعه یافته، گسسته‌سازی معادلات جهت مدل‌سازی حرکت چند فازه سیالات در محیط‌های متخلخل با انتگرال - گیری از معادلات حاکم بر محیط‌های تک فازه و گسترش آن‌ها به محیط‌های چند فازه بدست آمده است. استفاده از این روش باعث به وجود آمدن اثرات مضاعف جهت‌گیری شبکه خواهد شد (Marcondes & Sepehrnouri, 2010). روش عددی حل معادلات در این تحقیق، روش کنترل حجم اجزاء محدود<sup>9</sup> است. این روش بقاء جرم را در حالت کلی و محلی تضمین می‌کند و ضمناً از انعطاف‌پذیری روش اجزاء محدود در شبکه‌بندی و شبیه‌سازی محیط‌های با هندسه پیچیده نیز برخوردار است.

#### ۴.۱ حل تنیده معادلات جریان، انتقال حرارت و

##### ژئومکانیک

در حالت کلی، حل تنیده معادلات ژئومکانیک و جریان به دو روش تنیده ضعیف و روش تنیده کامل معادلات انجام می‌شود. در مدل‌هایی که به صورت توأمان ضعیف حل می‌شوند، ابتدا معادلات سیال حل شده و اطلاعات مربوط به فشار به معادله تعادل انتقال می‌یابد و تنش‌ها و تغییر شکل‌ها محاسبه می‌شوند. در این نوع حل، با توجه به درجه اهمیت متفاوت

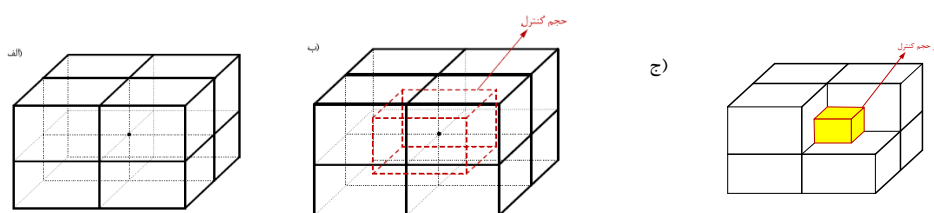
معادلات جریان و معادلات تعادل، معمولاً از دو نوع شبکه و اندازه‌های متفاوت گام زمانی در حل این معادلات استفاده می‌شود. دشواری حل به روش تنیده ضعیف از مزایای آن کاسته و با قدرتمند شدن رایانه‌ها از روش تنیده کامل استقبال می‌شود. حل تنیده کامل معادلات اشاره شده نیز با دشواری‌هایی همراه است. دشواری اول مربوط به هزینه بسیار بالای محاسبات است. حل همزمان معادلات جریان، ژئومکانیک (در حالت سه بعدی) و انتقال حرارت مستلزم تعریف حداقل هفت درجه آزادی در هر گره از شبکه‌بندی محیط می‌باشد. این هفت درجه آزادی مربوط به معادلات جریان (آب، نفت و گاز) معادله تعادل (سه درجه آزادی در سه بعد) و معادله انتقال حرارت (درجه حرارت) می‌باشد. در محیط شکاف دار، سه معادله جریان مربوط به شکاف‌ها نیز به معادلات اضافه می‌شود. ضمناً این معادلات به شدت غیر خطی بوده و همگرا شدن آن‌ها معمولاً نیازمند تعداد نسبتاً زیاد تکرار است. مسئله بعدی، رفتار متفاوت هر دسته از این معادلات است که برای حل آن‌ها معمولاً نیاز به روش‌های عددی متناسب با هر کدام است. نکته بعدی در مدل‌سازی ژئومکانیکی مخازن هیدروکربنی لزوم توجه به شرایط مرزی است. واضح است که حل کامل معادلات در این محیط بزرگ، در حالیکه می‌دانیم قسمت اعظم محیط خارج از مخزن قرار دارد؛ هزینه محاسباتی بسیار سنگینی را تحمیل خواهد نمود. بنابراین، می‌توان از دو سری معادلات مجزا در محیط داخل و خارج مخزن استفاده نمود تا هزینه محاسبات کاهش یابد. برای مثال در محیط داخل مخزن معادلات تعادل، جریان و انتقال حرارت را به طور کامل حل می‌شود، در حالیکه در محیط خارج مخزن، تنها به حل معادلات تعادل پرداخته می‌شود. معمولاً معادلات توازن تکانه سیستم به روش مرسوم در مکانیک جامدات یعنی روش استاندارد اجزاء محدود گلرکین گسسته‌سازی می‌شوند. اما استفاده از این روش در گسسته‌سازی مکانی معادلات توازن جرم و انرژی با دشواری‌هایی چون ناپیوستگی در حوزه سرعت و نوسانات عددی در جبهه پیشین همراه است. وجود ناپیوستگی در حوزه سرعت باعث عدم رعایت محلی قانون بقای جرم و انرژی می‌شود. از طرفی این امر، پایداری و دقت حل عددی را تحت تأثیر قرار خواهد داد. یکی از روش‌هایی که ضمن رعایت قانون بقای جرم

<sup>9</sup>Control Volume Finite Element Method (CVFEM)

حجم کنترل اجزاء محدود) همانند حل معادلات توازن تکلنه (به روش اجزاء محدود گالرکین) بکار گرفته می‌شوند. اما در این روش، جهت تشریح روند حل عددی معادلات، لازم است تا یک شبکه ثانویه به شبکه‌بندی اولیه اضافه گردد. این شبکه‌بندی ثانویه، شامل احجام کنترلی است که هر یک از آن‌ها در اطراف یک گره تشکیل می‌شوند.

هر حجم کنترل را به قسمت‌هایی بنام زیر حجم کنترل<sup>۱۴</sup> تقسیم می‌کنیم. بطوریکه هر زیر حجم کنترل در یک المان قرار داشته باشد. شکل ۱-ج یک نمونه از زیر حجم کنترل را نمایش می‌دهد. انتگرال‌گیری بر روی یک حجم کنترل یا وجوه آن، مترادف با جمع انتگرال‌هایی است که بر روی زیر حجم‌های کنترل یا وجوه آن‌ها گرفته می‌شود. با این رویکرد، با توجه به اینکه هر زیر حجم کنترل و وجوه آن به طور کامل در داخل یک المان قرار دارند، می‌توان ماتریس‌های ضرایب و سمت راست را به طور جداگانه برای هر المان محاسبه کرده و با روی هم‌گذاری آن‌ها، طبق روش مرسوم در اجزاء محدود، به دستگاه معادلات کل رسید. جهت انتقال معادلات گسسته‌شده به سطح المان‌ها، لازم است تا توابع وزنه به گونه‌ای تعریف شوند که در انجام محاسبات هر المان، تنها قسمتی از المان در محاسبات شرکت کند که با زیر حجم کنترل مربوط به گره ای که معادلات برای آن نوشته شده، همپوشانی داشته باشد.

و انرژی از انعطاف شبکه‌بندی روش اجزاء محدود نیز بهره می‌برد، روش کنترل حجم اجزاء محدود می‌باشد که مورد توجه مدل‌سازان مخزن قرار گرفته است (Li et al., 2003). جهت ترکیب روش کنترل حجم محدود با روش اجزاء محدود (حل معادلات توازن تکلنه)، ساختار داده‌ای<sup>۱۰</sup> این روش تغییر کرده و اطلاعات لازم، مشابه روش مرسوم در اجزاء محدود، بر روی نقاط گوسی المان‌ها ذخیره شده است. علاوه بر این با تعریف توابع وزنه مناسب، گسسته‌سازی از سطح احجام کنترل مجدداً به سطح اجزاء محدود منتقل شده است. با اتخاذ این تدابیر روش حجم کنترل اجزاء محدود معرفی شده، در حقیقت یک روش اجزاء محدود با توابع وزنه متفاوت است. از دیگر نکاتی که در حل عددی معادلات حاکم بر سیستم‌های چند فازه باید به آن اشاره کرد اتخاذ مناسب روش گسسته‌سازی در پهنه زمان می‌باشد. با توجه به پایداری مشروط روش‌های حل ترتیبی<sup>۱۱</sup> و حل به روش فشار ضمنی و اشباع صریح<sup>۱۲</sup>، حل عددی در گستره زمان به روش اختلاف محدود کاملاً ضمنی<sup>۱۳</sup> انجام شده است. حل عددی معادلات توازن جرم به روش کنترل حجم اجزاء محدود انجام می‌شود. در این روش نیز حل عددی معادلات در دستگاه مختصات محلی بیان می‌شوند. با انتخاب المان‌های شش‌وجهی (شکل ۱) و شبکه‌بندی منطبق بر شبکه حل معادلات توازن تکلنه، یک شبکه واحد برای هر دو روش به وجود می‌آید. توابع شکل، انتقال مختصات بین دو سیستم کلی و محلی و روش درون-یابی توابع مجهول نیز در حل معادلات توازن جرم (به روش



شکل ۱. الف) یک شبکه اجزاء محدود در سیستم مختصات محلی، ب) حجم کنترل تشکیل شده در اطراف یک گره در سیستم مختصات محلی، ج) نمای شماتیک یک زیر حجم کنترل

<sup>10</sup>Data Structure

<sup>11</sup>Sequential I I

<sup>12</sup>Implicit in Pressure and Explicit in Saturation (IMPES)

<sup>13</sup>Fully Implicit Method

<sup>14</sup>Sub-control Volume

در شرایط اولیه دارای دمای صفر درجه سانتیگراد و اشباع از آب است. جهت افزودن شرایط حرارتی به مسئله استاندارد مندل، دبی حرارتی با شدت  $1000 \text{ MJ/D}^{-1}$  به وجوه بالایی و پایینی محیط وارد می شود. تنها سیال موجود در این مسئله آب است.

**جدول ۴. مشخصات مورد نیاز در مسئله مندل غیر هم دما**

Shear modulus, kPa	2. 38e4
Poison ratio	0. 2
Absolute permeability, $\text{m}^2$	1. e-6
Viscosity, kPa. sec	1. e-3
Porosity, %	20
Thermal conductivity, MW/mK	0. 5
$\rho_s C_s$ , MJ/m <sup>3</sup> K	3. 0
$\rho_f C_f$ , MJ/m <sup>3</sup> K	4. 0
Coefficient of thermal expansion for solid, vol/vol K	0. 9e-6
Fluid compressibility, vol/vol psi	3e-6

شکل ۳ تا شکل ۵ به ترتیب تغییرات فشار، دما و جابجایی را برای نقطه مرکزی محیط در طول زمان نشان می دهند. این نتایج با نتایج ارائه شده توسط پائو و همکارانش (Pao et al., 2001) مقایسه شده اند و تأییدی بر صحت عملکرد مدل در حل هم زمان معادلات توازن جرم فاز آب، توازن تکانه و توازن انرژی هستند. توزیع فشار آب و حرارت در کل محیط در زمان های مختلف در شکل های ۶ و ۷ نشان داده شده و با نتایج پائو و همکارانش مقایسه شده اند. همچنین روند همگرایی جواب در گام اول این مسئله در شکل ۸ نشان داده شده است.

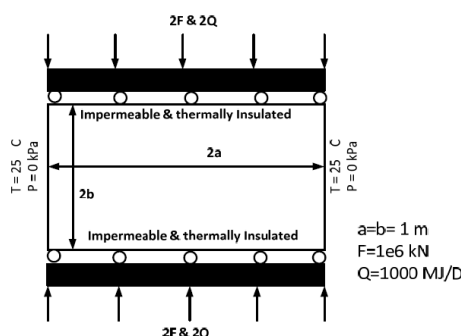
معادلات حاصله، یک دستگاه معادلات بسیار غیرخطی می باشد و جهت حل آن لازم است تا این معادلات خطی سازی شوند. ترم های غیرخطی معادلات جریان سیستم های چند فاز به دو دسته کلی ترم های غیرخطی ضعیف و ترم های غیرخطی قوی تقسیم می شوند. ترم های غیرخطی ضعیف، شامل ترم هایی هستند که به فشار یک فاز، درجه حرارت و تغییر مکان بستگی دارند. این ترم ها عموماً شامل چگالی، گرانی، نفوذپذیری مطلق و تخلخل هستند. ترم های غیرخطی قوی، شامل ترم هایی است که به تفاوت فشار موئینگی بین دو سیال وابسته هستند. مهم ترین ترم مربوط به غیرخطی های قوی، ترم نفوذپذیری نسبی است که برای خطی سازی معادلات مربوط به آن از روش نیوتن-رافسون استفاده شده است.

**۵. مثال های حل شده**

در ادامه سه مثال از تحلیل محیط های متخلخل با دمای متغیر با استفاده از مدل ارائه شده، آورده شده اند. مسئله غیر هم دمای مندل شامل حرکت آب و حرارت در یک ستون محیط متخلخل اشباع تغییر شکل پذیر، تحکیم یک ستون متخلخل دارای دو فاز سیال با وجود جریان حرارت و جریان آب و نفت در یک مخزن با هندسه نامنظم از جمله مسایل رایج شده جهت صحت سنجی و نمایش توانایی مدل است.

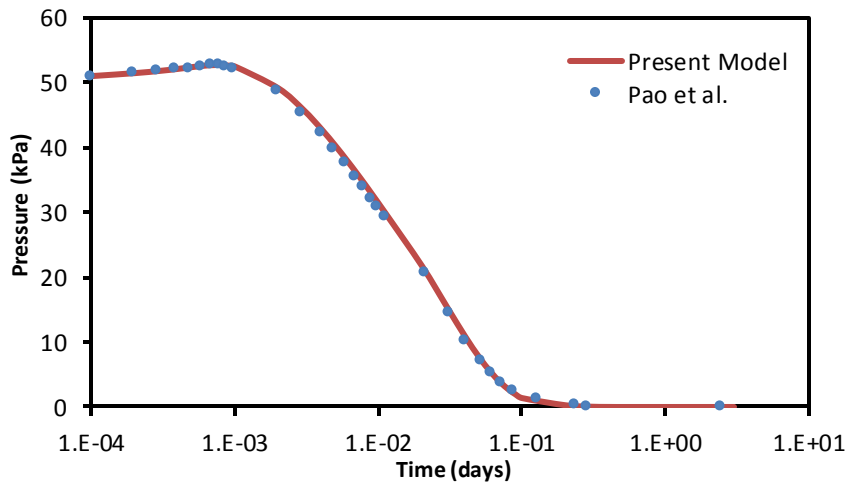
**۵.۱ مسئله غیر هم دمای مندل<sup>۱۵</sup>**

شکل ۲ هندسه و شرایط مرزی مسئله مندل غیر هم دما و جدول ۴ مشخصات آن را نمایش می دهد. به علت تقارن موجود در مسئله، تنها ربع هندسه شبکه بندی می شود. محیط

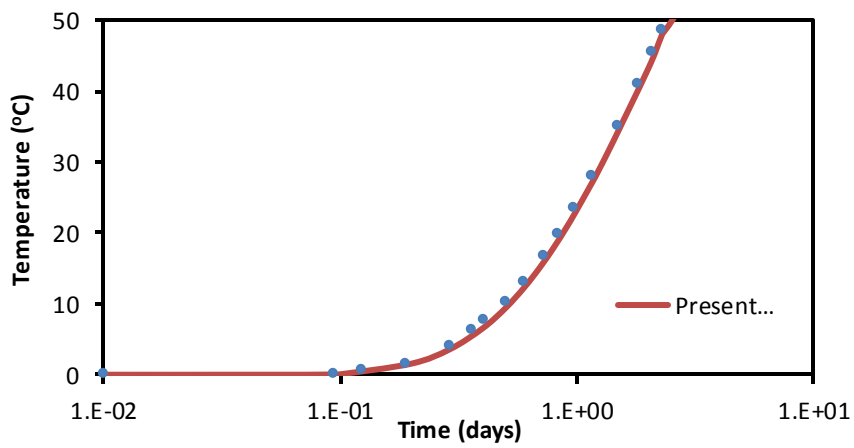


شکل ۲. هندسه و شرایط مرزی مسئله مندل غیر هم دما

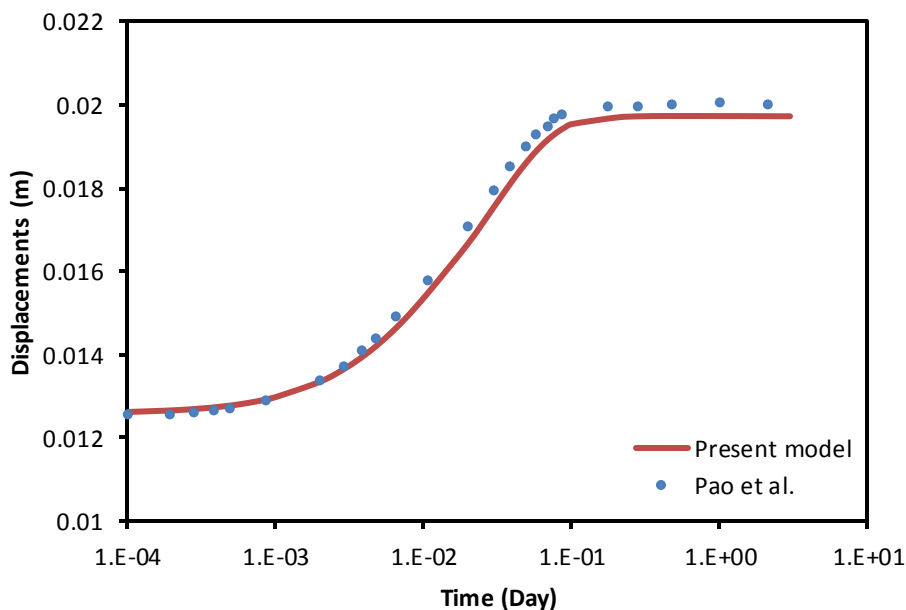
<sup>15</sup> The Non-Isothermal Mandel Problem



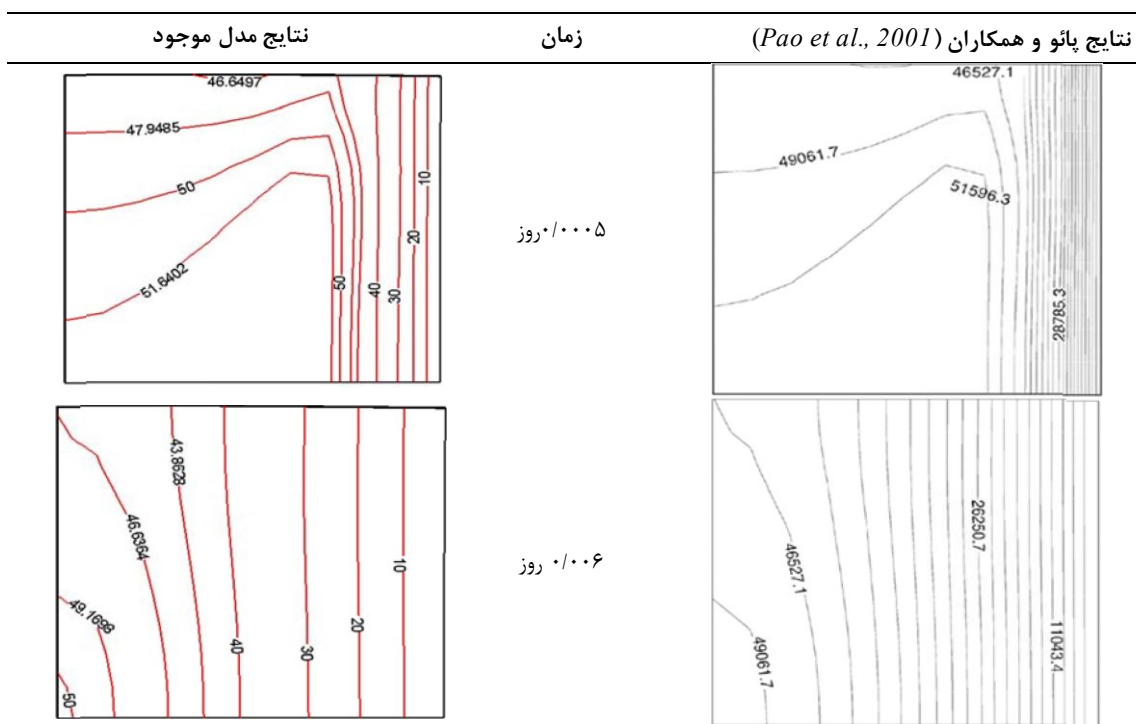
شکل ۳. مقایسه تغییرات فشار آب در نقطه مرکزی محیط در مسئله مندل غیر هم دما



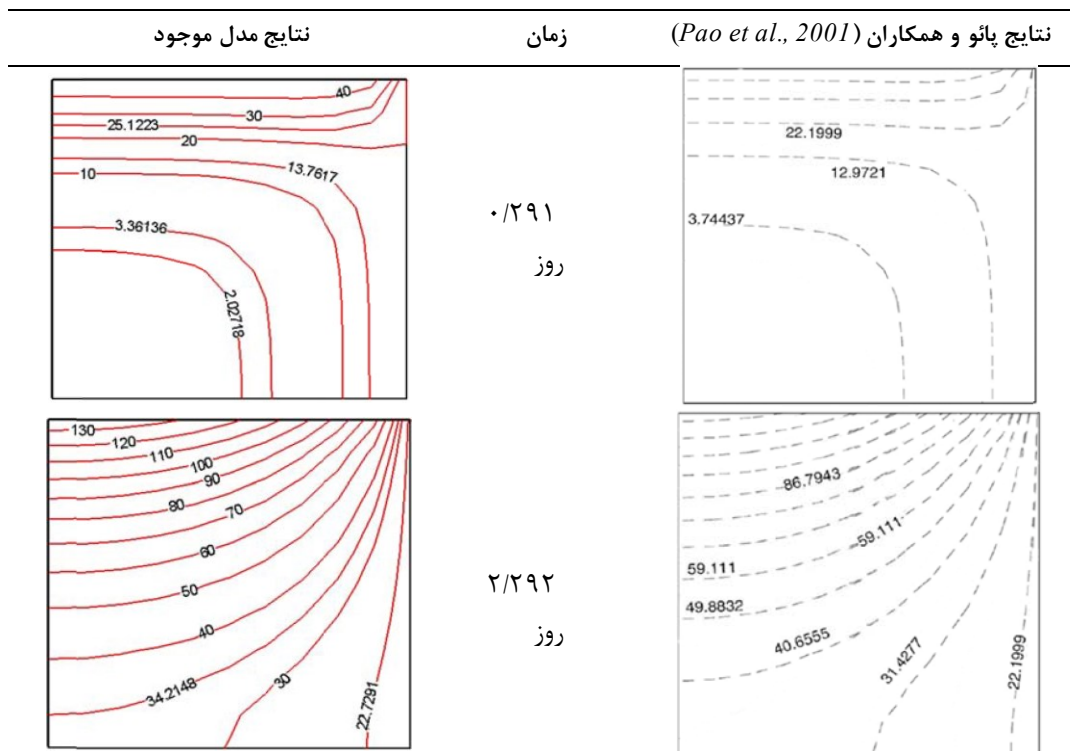
شکل ۴. مقایسه تغییرات دما در نقطه مرکزی محیط در مسئله مندل غیر هم دما



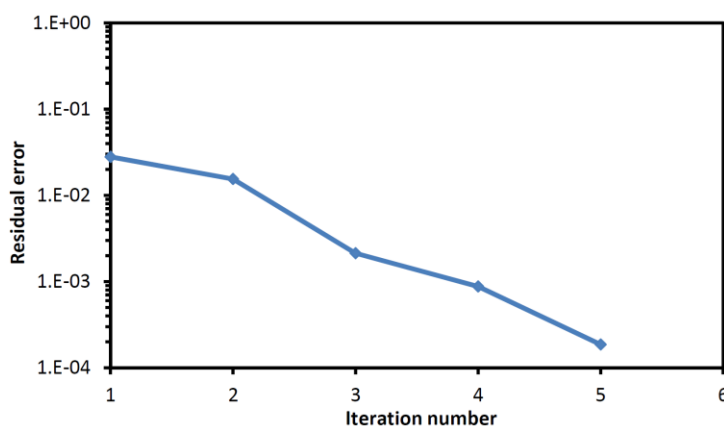
شکل ۵. مقایسه نتایج تغییر مکان نقطه مرکزی محیط در مسئله مندل غیر هم دما



شکل ۶. مقایسه نتایج توزیع فشار آب در زمان های مختلف در مسئله مندل غیر هم دما



شکل ۷. مقایسه نتایج توزیع درجه حرارت در زمان‌های مختلف در مسئله مندل غیر هم دما



شکل ۸. روند همگرایی جواب در گام اول در مسئله مندل غیر هم دما

فشار برای فاز گاز برابر با صفر و فشار آب نیز در شرایط اولیه از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$p_w = p_g - 1.68 \times \left[ \frac{(n_{w_i} - n_{w_{res}})}{(n_{w_{sat}} - n_{w_{res}})} \right]^{-1/3} \quad \text{رابطه (۲۴)}$$

گرانروی آب در این مسئله از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

## ۵.۲ تحکیم غیر هم‌دمای ستون محیط متخلخل دو فازه

این مسئله جهت کنترل رفتار اندرکنشی میان حرکت دو فاز سیال (آب و گاز)، انتقال حرارت و تغییر شکل محیط متخلخل است. هندسه و شرایط مرزی مسئله در شکل قابل رویت است. دمای محیط در شرایط اولیه ۲۷۳ درجه کلوین و شرایط اولیه

مدل سازی تنیده ترموهیدرومکانیکی مخازن هیدروکربنی

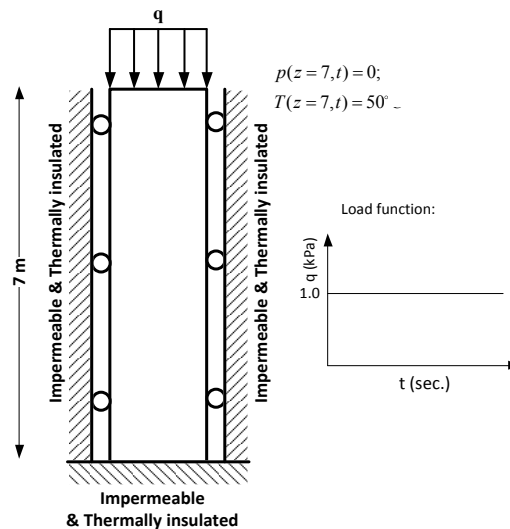
می کند. سایر مشخصات مورد نیاز مسئله در جدول ۵ بیان شده است.

$$\mu_w = 661.2(T - 229)^{-1.562} \quad \text{رابطه (۲۵)}$$

در رابطه فوق دما بر حسب کلوین و گرانیروی بر حسب سانتی - پواز است. دانسیته گاز در این مسئله از قانون گاز کامل تبعیت

جدول ۳. مشخصات مورد نیاز در مسئله تحکیم غیر هم دمای ستون محیط متخلخل دو فازه

Elastic modulus, kPa	6. e3
Poisson ratio	0. 4
Density of soil at stc, ton/m <sup>3</sup>	2. 0
Thermal conductivity, kJ/m C sec	1. 15
Specific heat of soil, kJ/kg C	125
Thermal expansion for soil, vol/vol C	1. e-6
Porosity, %	30. 0
Absolute permeability, m <sup>2</sup>	0. 46e-11
Residual water saturation, %	20. 0
Initial water saturation, %	92. 0
Density of water at stc, ton/m <sup>3</sup>	1. 0
Thermal expansion for water, vol/vol C	2. 1e-4
Water compressibility, 1/kPa	0. 43e-11
Gas viscosity, kPa sec	1. e-6
Density of gas at stc, ton/m <sup>3</sup>	1. 22



شکل ۹. هندسه و شرایط مرزی مسئله تحکیم غیر هم دمای ستون محیط متخلخل دو فازه

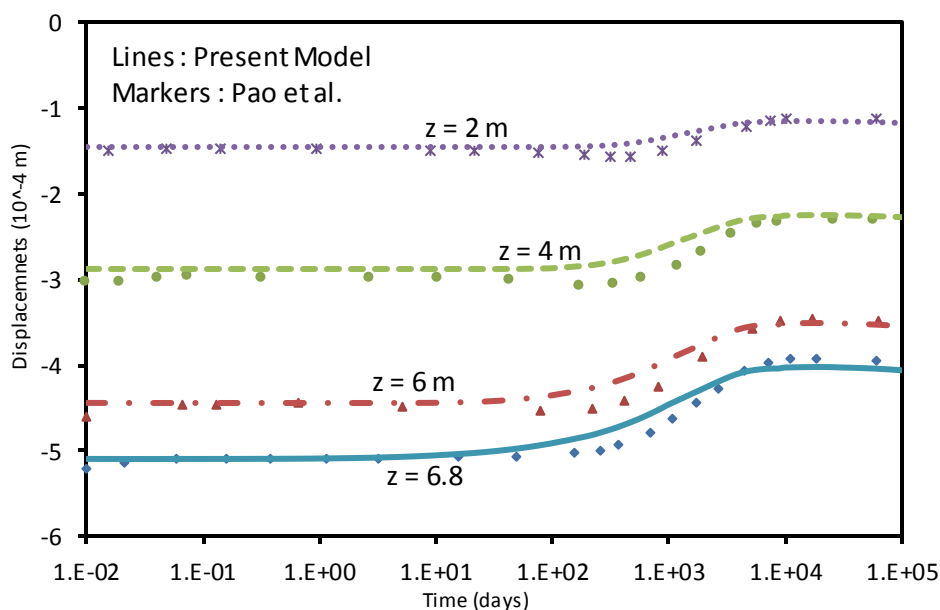
شکل ۱۱ نیز این مقایسه را برای نتایج مربوط به درجه حرارت نشان می دهد.

در شکل ۱۰ نتایج تغییر مکان های نقاط مختلفی از ستون محیط متخلخل را با نتایج ارائه شده توسط پائو و همکارانش

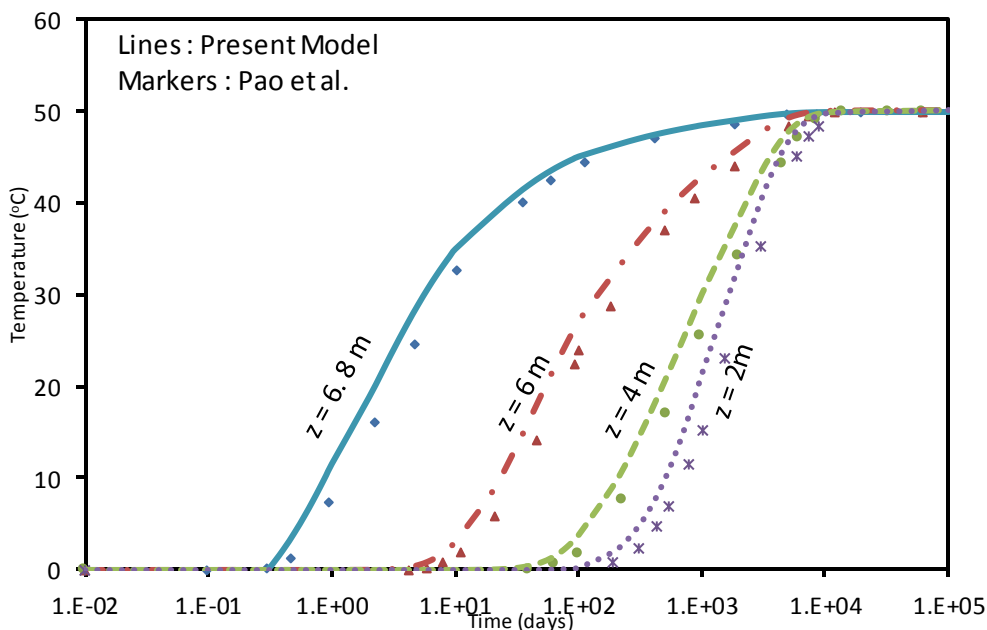


بطور کامل قانون بقاء جرم و حرارت را تضمین می‌کند، از روش‌های بالادستی در محاسبات استفاده نمی‌کند. اختلاف موجود در جواب‌های این دو نوع حل نیز می‌تواند به علت اختلاف موجود در ماهیت مدل‌های ارائه شده باشد.

همان‌گونه که در این شکل‌ها دیده می‌شود، نتایج مدل حاضر هم‌خوانی مناسبی با نتایج ارائه شده قبلی دارا است. شایان ذکر است مدل ارائه شده توسط پائو و همکارانش در حالت محلی، بقایی نیست اما از روش‌های بالادستی در محاسبات انتقال حرارت استفاده نموده است. اما مدل حاضر با اینکه



شکل ۱۰. مقایسه نتایج تغییر مکان نقاط مختلف ستون خاک در مسئله تحکیم غیر هم دمای دو فازه



شکل ۱۱. مقایسه نتایج تغییر دمای نقاط مختلف ستون خاک در مسئله تحکیم غیر هم دمای دو فازه

### ۵.۳ عملکرد مدل در هندسه نامنظم

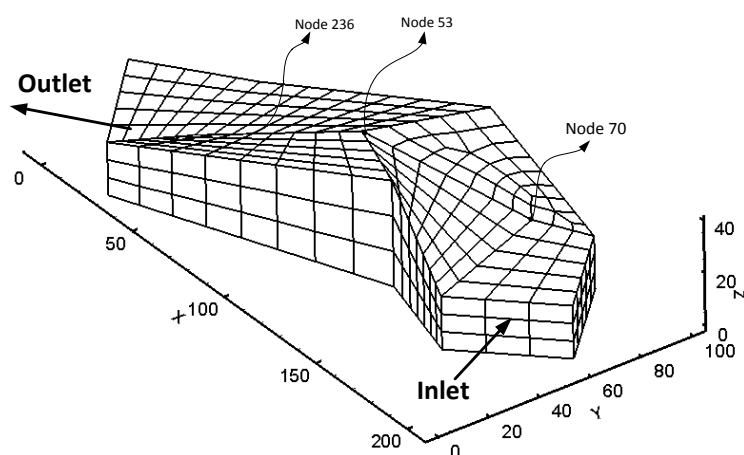
در این مثال یک مخزن فرضی با هندسه نامنظم (شکل) جهت بررسی عملکرد مدل در این گونه محیطها در نظر گرفته شده است. همانگونه که در شکل دیده می شود، این مخزن در پلان و ارتفاع دارای هندسه نامنظم می باشد. فشار اولیه مخزن برابر با فشار اتمسفر و دمای آن ۱۰ درجه سانتیگراد است. درجه اشباع سیالات در شرایط اولیه برابر با ۳۵٪ آب و ۶۵٪ نفت می باشد. جهت استخراج از مخزن مذکور آب داغ با حرارت ۹۰ درجه سانتی گراد و دبی ۳۰۰ متر مکعب بر روز در محل

نشان داده شده در شکل به آن تزریق می گردد. شایان ذکر است سطح پایینی مخزن امکان جابجایی ندارد و سطوح جانبی آن فقط امکان جابجایی قائم را دارا هستند. تولیع فشار موئینگی و نفوذپذیری نسبی این مخزن به صورت زیر است:

$$n_w = 0.045 + 0.1619 \times \left[ \frac{2}{p_{cov}} \right]^{0.8} \quad (5-10)$$

$$k_{rw} = s_{ew}^{5.5} \quad (5-11 \text{ الف})$$

$$k_{ro} = (1 - s_{ew})^2 (1 - s_{ew}^{3.5}) \quad (5-11 \text{ ب})$$



شکل ۱۲. نمایش هندسه نامنظم مخزن و شبکه بی ساختار آن

برابر با ۱ تن بر مترمکعب در نظر گرفته شده است. سایر اطلاعات لازم جهت تحلیل مخزن در جدول ۶ نشان داده شده است.

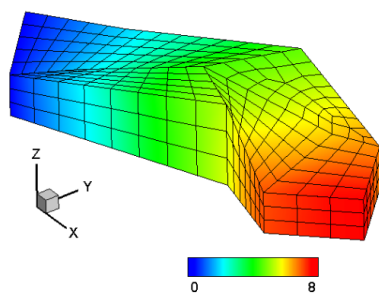
جهت کاهش تعداد تکرار لازم برای همگرا شدن جواب، در این مثال فرض شده است که گرانیوی سیالات در طول تحلیل ثابت و برابر با ۱ سانتی پواز است. دانسیته سیالات نیز ثابت و

جدول ۴. اطلاعات مورد نیاز مخزن با هندسه نامنظم

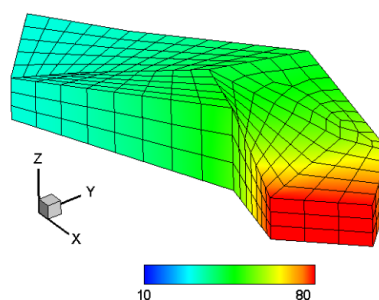
Elastic modulus , kPa	1. e7
Poison ratio	0. 3
Density of rock, ton/m <sup>3</sup>	2. 0
Absolute Permeability, md	150.
Porosity	0. 208
Thermal conductivity, kJ/m C day	4. 5e5
Specific heat of soil, kJ/ton C	1250
Specific heat of water, kJ/ton C	4000.
Specific heat of oil, kJ/ton C	4000.

توزیع حرارت در مخزن باشد. توزیع منظم این پارامترها می‌تواند بیانگر توانایی مدل ارائه شده در برخورد با محیط‌های با هندسه پیچیده باشد. همان‌گونه که در شکل ۱۳-د دیده می‌شود، در اثر افزایش فشار و کاهش تنش مؤثر، مخزن دچار تورم شده است.

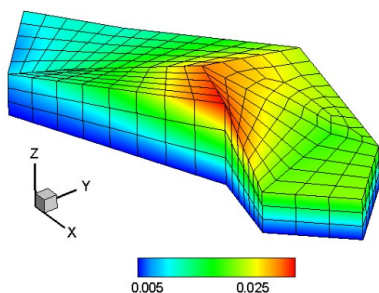
مخزن مورد اشاره به مدت پنجاه روز مورد تحلیل قرار گرفته است. توزیع حرارت، فشار و درجه اشباع و تغییر مکان مخزن در روز پنجاهم تزریق در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. جهت اجتناب از به‌وجود آمدن نوسانات عددی، فراسنج‌های مدل به نحوی انتخاب شده‌اند که پدیده پخش عامل اصلی



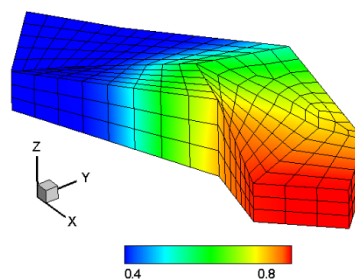
ب- توزیع فشار



الف- توزیع حرارت



د- تغییر شکل مخزن

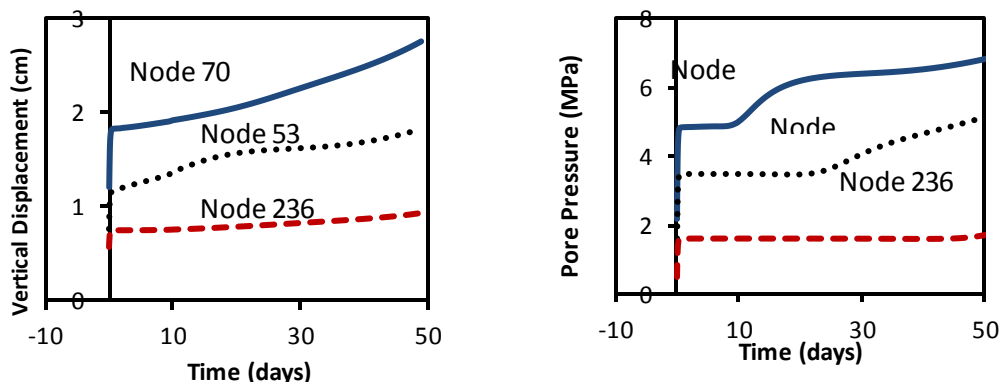


ج- توزیع درجه اشباع

شکل ۱۳. توزیع حرارت، فشار، درجه اشباع و تغییر شکل مخزن در پنجاهمین روز تزریق

در طول تحلیل، نفوذپذیری نسبی دلیل اصلی افزایش فشار است. با جایگذاری درصد اشباع‌های مختلف آب در رابطه ۱۱-۵، این نتیجه به دست می‌آید که حداقل مقدار نفوذپذیری نسبی متوسط درجه اشباع ۰.۸۵ بوده و در حداقل درجه اشباع‌های ۰.۳۵ تا ۰.۸۵ نیز روندی کاملاً نزولی دارد. در نتیجه با رسیدن آب به یک نقطه و تا قبل از رسیدن درجه اشباع آب به ۰.۸۵ شاهد افزایش فشار خواهیم بود.

شکل ۱۴ تغییرات فشار حفره‌ای و تغییر مکان قائم را در سه گره نزدیک محل تزریق، وسط مخزن و نزدیک محل تولید (شکل) نمایش می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که فشار حفره‌ای در هر نقطه از مخزن تا مدتی ثابت بوده و سپس افزایش می‌یابد. شایان ذکر است که زمان این افزایش منطبق بر رسیدن جبهه آب به نقطه مورد نظر است. با توجه به برابر فرض شدن گرانیوی دو سیال آب و نفت و ثابت بودن آن‌ها



شکل ۱۴. تغییرات فشار حفره‌ای، تغییر مکان برخی از نقاط مخزن در طول تحلیل

شده از سطح احجام کنترل به سطح اجزاء محدود انجام شده است. گسسته‌سازی معادلات در پهنه زمان با استفاده از روش اختلاف محدود کاملاً ضمنی انجام شده است. با توجه به ماهیت غیرخطی شدید معادلات ارائه شده، از خطی‌سازی به روش نیوتن رافسون اصلاح شده استفاده شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده توسط این مدل برای چندین مسئله شاخص نشان می‌دهد مدل حاضر دما، فشار سیالات حفره‌ای و تغییر شکل‌های مخزن را به خوبی پیش‌بینی می‌نماید و دارای حداقل میزان نوسان در مدل‌سازی جبهه پیشروی سیال است. حساسیت مدل نسبت به عوامل مختلف نظیر جهت‌گیری شبکه نیز بررسی شده و نتایج قابل قبولی حاصل گردیده است.

### ۶. جمع‌بندی

در این مقاله یک بررسی جامع در خصوص مدل‌های ترموهیدرومکانیک ارائه گردید. همچنین یک مدل ترموهیدرومکانیک برای محیط چندفاز چندفیزیکی با قابلیت به کارگیری در مخازن نفت و گاز ارائه شده و معادلات حاکم به صورت کاملاً تنیده به روش عددی حل گشتند. معادلات این مدل با استفاده از نظریه مخلوط‌ها، با فرض رفتار محیط متخلخل به صورت کشسان خطی برای تغییر شکل‌های کوچک و با فرض تعادل محلی دما نوشته شده‌اند. همچنین در این مدل تبادل جرم فاز آب و فاز جامد وجود نداشته و صرفاً حل شدن فاز گاز در فاز نفت در نظر گرفته شده است. در حل عددی معادلات ارائه شده، انتقال معادلات گسسته

### مراجع

- Biot, M. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *J. Applied Physics*, 12, 155-164.
- Coussy, O. (1995). *Mechanics of porous continua*. New York: Wiley.
- de Boer, R., & Bluhm, J. (1999). The influence of compressibility on the stresses of elastic porous solids — semimicroscopic investigations. *Int. J. Solid Struct.*, 36, 4805–4819.
- Taheri, E., Sadrnejad, S. A., Ghasemzadeh, H., *multiscale geomechanical model for a deformable oil reservoir with surrounding rock effects*, *Int. J. Multiscale Comput. Eng.* 13 (6) (2015) 533–559.
- Taheri, E., Sadrnejad, S. A., Ghasemzadeh, H., *Application of M3GM in a Petroleum Reservoir Simulation*, *Journal of Petroleum Science and Technology*. 7 (3) (2017) 33–46.
- Fouladi Moghaddam, N., Matkan, A., Sahebi, M., Roostaei, M., & Baqtiari, H. (2010). Subsidence monitoring of an Iranian oil field inferred from SAR interferometry. *Land Subsidence, Associated Hazards and the Role of Natural Resources Development*, (pp. 299-303). Mexico.

- Ghassemi, A., Pak, A., *Numerical Simulation of Sand Production Experiment Using a Coupled Lattice Boltzmann-Discrete Element Method*. 2015, Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 135, pp. 218-231.
- Ghasemzadeh, H. (2008). Heat and contaminant transport in unsaturated soil. *Int. J. Civ. Eng.*, 6(2), 90-107.
- Ghasemzadeh, H., Sanaye Pasand, M., *Modeling of oil transport in porous media using multiscale method with adaptive mesh refinement*, Springer Series in Geomechanics and Geoengineering (2019) 475–485.
- Ghoreishian Amiri, Sadmejad, S.A., Ghasemzadeh, H., Montazeri, G. H., *Application of control volume based finite element method for solving the black-oil fluid equations*, Pet. Sci. 10 (2013) 361–372.
- Ghoreishian Amiri, Sadmejad, S.A., Ghasemzadeh, H., *A hybrid numerical model for multiphase fluid flow in a deformable porous medium*, Applied Mathematical Modelling 45 (2017) 881–899.
- Hassanizadeh, M. (1980). Macroscopic description of multi-phasesystems: A thermodynamic theory of flow in porous media. *Phd dissertation*.
- Hassanizadeh, M., & Gray, W. G. (1980). General conservation equations for multi-phase systems: 3. Constitutive theory for porous media flow. *Advances in Water Resources*, 3, 25-40.
- Hou, Q., Zhou, Z., & Yu, A. (2012). Micromechanical modeling and analysis of different flow regimes in gas fluidization. *Chemical Engineering Science*, 84, 449–468.
- Lewis, R. W. and Schrefler, B. A. *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. Chichester : John Wiley, 1998.
- Li, B., Chen, Z., & Huan, G. (2003). The sequential method for the black-oil reservoir simulation on unstructured grids. *J. Comput. Phys.*, 192, 36-72.
- Lo, W. C., Sposito, G., & Majer, E. (2002). Immiscible two-phase fluid flows in deformable porous media. *Advances in Water Resources*, 25, 1105-1117.
- Marcondes, F., & Sepehrmoori, K. (2010). An element-based finite-volume method approach for heterogeneous and anisotropic compositional reservoir simulation. *J. Pet. Sci. Eng.*, 73, 99-106.
- Pao, W. K., Lewis, R. W., & Masters, I. (2001). A fully coupled hydro-thermo-mechanical model for black oil reservoir simulation. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech*, 25, 1229-1256.
- Sadmejad, S.A., Ghasemzadeh, H., Ghoreishian Amiri, S. A., Montazeri, G. H., *A control volume based finite element method for simulating incompressible two-phase flow in heterogeneous porous media and its application to reservoir engineering*, Pet. Sci. 9 (2012) 4 85–4 97.
- Sadmejad, S.A., Ghasemzadeh, H., Taheri, E., *Multiscale multiphysic mixed geomechanical model in deformable porous media*, Int. J. Multiscale Comput. Eng. 12 (2014) 529–547.
- Schrefler, B. (2004). Multiphase flow in deforming porous material. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 60, 27–50.
- Wang, W., Zhao, S., Shao, T., Zhan, M., Jin, Y., & Cheng, Y. (2012). Numerical study of mixing behavior

with chemical reactions in micro-channels by a lattice Boltzmann method. *Chemical Engineering Science*, 84, 148–154.

Wei, C. F. (2001). Static and dynamic behavior of multiphase porous media: Governing equations and finite element implementation. *PhD dissertation*.