

ارائه روابط بهبود یافته برای روندهای تراوایی-تخلخل سنگ با استفاده از فیزیک سنگ رقومی

سید نوید غفاری^{۱*}؛ صادق کریم‌پولی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی مهندسی معدن، دانشگاه زنجان

۲- استادیار گروه مهندسی معدن، دانشگاه زنجان

دریافت دست‌نوشته: ۱۳۹۶/۰۱/۰۱؛ پذیرش دست‌نوشته: ۱۳۹۶/۰۳/۰۱

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22107/JPG.2017.49902

چکیده

روندهای بین پارامترهای فیزیک سنگی مانند روند تراوایی-تخلخل، مستقل از مقیاس مطالعه بوده و می‌توانند از مقیاس میکرو تا ماکرو در مطالعات مخزن به کار گرفته شوند. برای بررسی روند تراوایی از روابطی که تراوایی را به تخلخل ارتباط می‌دهند؛ مانند رابطه کلاسیک کوزنی-کارمن استفاده می‌شود. از آنجایی که این رابطه ویژگی‌های هندسی محیط متخلخل را به خوبی پوشش نمی‌دهد، از ابعاد فرکتالی پیچاپیچی و فضای متخلخل برای تصحیح این رابطه استفاده می‌شود. هدف از انجام این مطالعه بررسی و بهبود روندهای فرکتالی تراوایی است. برای این کار دو نمونه ۳ بعدی رقومی از ماسه‌سنگ بنت‌هیمر و کربنات استیلادس با دو رفتار فرکتالی متفاوت از هم انتخاب شدند. تعداد ۳۰ زیر نمونه از هر یک از این نمونه‌ها استخراج و تخلخل و تراوایی هر کدام محاسبه شد. نتایج اولیه نشان داد که رابطه کوزنی-کارمن برای ارزیابی روند تراوایی در این نمونه‌ها مناسب نیست. از این رو، از رابطه عمومی فرکتالی تراوایی استفاده شد و ثابت‌های این رابطه با الگوریتم برازش منحنی به دست آمد. نتایج نشان داد که با وجود آن که این رابطه ممکن است برای تخمین تراوایی یک نمونه مناسب باشد؛ اما رابطه مناسبی به عنوان روند تراوایی به شمار نمی‌آید. این امر به آن علت است که ثابت‌های این رابطه که همان ابعاد فرکتالی هستند، متغیر و تابعی از تغییرات تخلخل‌اند. برای بهبود این رابطه، ابتدا تابعیت ابعاد و ضرایب فرکتالی با تخلخل بررسی شد. سپس یک رابطه بهبود یافته با تابع جدید پیشنهاد گردید. در ادامه این رابطه به داده‌های تراوایی برازش و ثابت‌های آن به دست آمد. نتایج حاکی از آن است که نه تنها تابعیت ابعاد و ضرایب فرکتالی با تخلخل به درستی حفظ شده است، بلکه با توجه به رفتار فرکتالی متفاوت این دو نمونه، دو روند متفاوت از هم به دست می‌آید. مقایسه این روندها با روند کوزنی-کارمن بیان‌کننده دقت و کارایی بالاتر این رابطه است.

واژگان کلیدی

روندهای فیزیک سنگی
تراوایی-تخلخل
فرکتال
فیزیک سنگ رقومی

۱. پیش‌گفتار

(1972). تراوایی به فاکتورهای بسیاری از جمله تخلخل، اشباع از سیال، محتوای شیل، فشار منفذی و از همه مهم‌تر به هندسه فضای متخلخل وابسته است (Ren et al., 2016). بنابراین این پارامتر وابستگی شدیدی به نمونه مغزه دارد که فقط در بخش‌های محدودی از چاه در دسترس است. بنابراین استفاده از روش‌های دیگر مانند فیزیک سنگ آماری و فیزیک سنگ رقومی در پیش‌بینی آن امری اجتناب‌ناپذیر است. فیزیک سنگ رقومی، روش نوینی است که در آن از تصاویر سه بعدی با بزرگنمایی بالا برای محاسبه خواص فیزیکی سنگ استفاده می‌شود (Andr  et al., 2013a; Dvorkin et al., 2011; Karimpouli & Tahmasebi, 2016;

تراوایی یکی از ویژگی‌های مهم در ارزیابی مخازن هیدروکربنی است؛ به طوری که آگاهی از چگونگی تغییرات آن در پیش-بینی نرخ تولید و بازیافت از مخازن طی مراحل مختلف برداشت، مطالعات و شبیه‌سازی مخازن، تخمین تولید و توسعه مخزن اهمیت بالایی دارد (Craig, 1971). در صنعت نفت، روش استاندارد برای تعیین تراوایی، آنالیز مغزه و آزمایش چاه است. از طرفی، برای تخمین این پارامتر روابط تئوری، تجربی و آماری متعددی وجود دارد که مهم‌ترین آن‌ها رابطه کلاسیک کوزنی-کارمن است (Carman, 1937; Kozeny,)

ژئوفیزیکی با ویژگی‌های برجای سنگ است. در طول بیش از یک دهه گذشته، استفاده از فیزیک سنگ رقیومی برای درک فرآیندهای در مقیاس تخلخل و تخمین مؤثر (ماکروسکوپی) خواص سنگ افزایش یافته است. فیزیک سنگ رقیومی با تکنولوژی‌های پیشرفته‌ی مختلف مهندسی و زمینه‌های علمی ترکیب شده و به طور مؤثر از آن‌ها برای مسائل مرتبط با علوم زمین استفاده می‌کند. با ارائه تصاویری با بزرگنمایی بالا از هندسه پیچیده منافذ؛ فیزیک سنگ رقیومی به عنوان روشی مناسب جهت محاسبه خواص سنگ (مانند پارامترهای الاستیک، تراوایی و خواص الکتریکی) و فرآیندهای در مقیاس تخلخل که کنترل کننده خواص فیزیکی سنگ هستند؛ به سرعت گسترش یافت.

اصل اساسی این روش «تصویربرداری و محاسبه» است که هدف از آن تهیه تصویر سه بعدی از هندسه کانی و فضاهای متخلخل سنگ و سپس شبیه‌سازی فرآیندهای فیزیکی در نمونه رقیومی است (Andrä et al., 2013a). این فرآیندها عبارت‌اند از: جریان سیال برای محاسبه تراوایی، شارش جریان الکتریکی برای تعیین مقاومت ویژه و تغییر شکل الاستیک برای محاسبه ضرایب الاستیک و سرعت امواج الاستیک.

با ظهور قابلیت تصویربرداری سه بعدی با بزرگنمایی بالا و دسترسی به نرم‌افزارها و سخت‌افزارهای مربوطه، فیزیک سنگ رقیومی قادر به تغییر آزمایشات آزمایشگاهی موجود است. یک روش مدرن برای به دست آوردن تصاویر از هندسه تخلخل در مقیاس میکروسکوپی، توموگرافی اشعه ایکس کامپیوتری است. در این روش اندازه‌گیری‌ها با جذب اشعه ایکس محلی، درون یک نمونه سنگ استوانه‌ای کوچک با قطر معمولی از چند میلی‌متر یا کمتر انجام می‌شود. تصاویر سه بعدی از بازسازی تعداد زیادی تصویر دو بعدی؛ که همان بازتاب شی‌ای از سطح نمونه در زوایای بازتاب مختلف است؛ به دست می‌آید. نتیجه بازسازی، یک تصویر در مقیاس خاکستری است که درجه خاکستری بودن آن متناسب با عدد سی‌تی مواد درون نمونه است. یک مرحله مهم و اساسی در روش فیزیک سنگ رقیومی قطعه‌بندی تصویر اسکن شده‌ی

هدف از این مطالعه بررسی و بهبود روندهای تراوایی-تخلخل در نمونه‌های مختلف سنگ رقیومی است. در فیزیک سنگ، مفهوم روند به صورت رفتار یک پارامتر فیزیکی سنگ در مقابل تغییرات پارامتر دیگر، مانند تراوایی در برابر تخلخل تعریف می‌شود (Dvorkin & Derzhi, 2012; Dvorkin et al., 2011). روندهای فیزیکی سنگ در آزمایشگاه با اندازه‌گیری‌های متعدد از نمونه‌های مختلف و در فیزیک سنگ رقیومی با استخراج زیر نمونه‌های متفاوت از نمونه رقیومی اصلی سنگ تعیین می‌شود. دورکین و همکاران نشان دادند که چنین روندهایی مستقل از مقیاس بوده و برای مطالعات در مقیاس میکرو تا ماکرو معتبر هستند (Dvorkin et al., 2011). برای بررسی روند تراوایی-تخلخل، رابطه کوزنی-کارمن در نمونه‌های مختلفی مانند ماسه‌سنگ فونتبلو^۱ به خوبی استفاده شده است (Andrä et al., 2013). اما لازم به ذکر است که این رابطه یک رابطه نیمه تجربی به حساب آمده و دارای محدودیت‌های فراوانی می‌باشد (Kaviany, 2012). این امر سبب شده تا نسخه‌های تصحیح شده زیادی از این رابطه برای محیط‌های مختلف ارائه شود. در برخی مطالعات این رابطه براساس ویژگی فرکتالی فضاهای متخلخل بهبود یافته است که برای آنالیز نمونه‌های پیچیده کاربرد بسیاری دارند (Adler & Thovert, 1998; Costa, 2006).

ژو، یو و هندرسون و همکارانش شکل عمومی این رابطه را بر اساس پارامترهای فرکتالی پیچاپچی^۲ و فضای متخلخل ارائه نمودند (Xu & Yu, 2008; Henderson et al., 2010). در این مطالعه با بررسی دو نمونه^۳ بعدی رقیومی از ماسه‌سنگ بنت‌هیمیر^۳ و کربنات استیلادس^۴ روند تراوایی-تخلخل کوزنی-کارمن و روندهای عمومی فرکتالی ارزیابی می‌شوند. در ادامه به دلیل آن که این روابط برای بررسی روند تراوایی-تخلخل مناسب نیستند؛ یک رابطه بهبود یافته جهت ارزیابی روند تراوایی-تخلخل ارائه می‌شود.

۲. فیزیک سنگ رقیومی

هدف از فیزیک سنگ شناسایی و درک روابط بین مشاهدات

¹Fontainebleau

²Tortuosity

³Bentheimer sandstone

⁴Estaillasses carbonate

سنگ و مقیاس منافذ حل می‌کند (Andr  et al., 2013b):

$$-\mu \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

در این روابط، p فشار سیال در منافذ، \mathbf{u} بردار سرعت، μ نشان دهنده ویسکوزیته دینامیک سیال و \mathbf{f} نیروی پیکره‌ای است. با راه حل معادله استوکس، تانسور تراوایی K با استفاده از قانون دارسی محاسبه می‌شود (Andr  et al., 2013b):

$$-\mathbf{u} = \frac{K}{\mu} : \nabla p \quad (3)$$

برای محاسبه تانسور کامل، سه سری محاسبه جریان، در جهت‌های x ، y و z مورد نیاز است.

۲.۲ روش شبکه بولتزن

روش شبکه بولتزن یک تکنیک بسیار قدرتمند برای مدل-سازی انواع مسائل جریان سیال پیچیده؛ از جمله جریان‌های تک و چند فازی در هندسه‌های پیچیده است. این روش فضای متخلخل و پیچیدگی‌های آن را ایده‌آل در نظر نمی‌گیرد و بنابراین تخمین دقیقی از خواص جریان فراهم می‌کند. علاوه بر این، شبکه بولتزن یک راه حل دقیق برای خواص جریان در مطابقت با روش‌های دیگر مانند شبیه‌سازی المان مجزا ارائه می‌دهد (Andr  et al., 2013b; Keehm et al., 2004). این روش بر اساس تئوری اتوماتای سلولی^۵ استوار بوده و حجم سیال را در یک هندسه‌ی پیچیده از منافذ با اثر متقابل تعداد گسترده‌ای از ذراتی که از قوانین موضعی ساده پیروی می‌کنند، توصیف می‌نماید. قوانین در این روش، معادله ناویر استوکس را در مقیاس ماکروسکوپی به دست می‌آورند.

۳ روابط تراوایی و تخلخل

۳.۱ رابطه کوزنی کارمن

رابطه کوزنی-کارمن یک معادله کلاسیک جهت ارتباط تئوریک تخلخل و تراوایی به شکل زیر است (Kaviany, 2012):

$$K = \frac{d^3(\phi - \phi_p)}{72\tau^2(1 - \phi + \phi_p)^2} \quad (4)$$

نمونه‌ی سنگ است. منظور از قطعه‌بندی؛ شناسایی، طبقه-بندی و جداسازی فازهای تخلخل و کانی در تصویر است. با توجه به ابعاد داده‌های سه بعدی، قطعه‌بندی دستی کار مشکلی است. بنابراین نیاز به الگوریتم‌های پردازش تصویر خودکار است. ابزارها و روش‌های رایج پردازش تصویر برای قطعه‌بندی سه بعدی؛ انواع مختلف فیلترها جهت تصحیح و بهبود تصویر، حذف نوفه و پدیده‌های مصنوعی (اختلالاتی که در هنگام تصویربرداری ایجاد می‌شوند)، تعیین حد آستانه و تجزیه و تحلیل خوشه‌بندی هستند. به طور کلی جریان کار فیزیک سنگ رقومی شامل سه مرحله است (Andr  et al., 2013a & 2013b; Dvorkin et al., 2011):

الف: تصویربرداری رقومی در مقیاس تخلخل (به عنوان مثال به وسیله سی‌تی‌اسکن‌های سه بعدی با بزرگنمایی بالا).
ب: پردازش تصاویر خام (در مقیاس خاکستری)؛ برای تفکیک فازهای متخلخل از ماتریکس و کانی و تهیه تصویر قطعه‌بندی شده.

ج: شبیه‌سازی فرآیندهای فیزیکی در یک تصویر قطعه-بندی شده از تخلخل و ماتریکس کانی؛ برای تعیین خواص فیزیکی مؤثر بر آن مانند تراوایی (مطلق و نسبی)، مقاومت الکتریکی و ضرایب الاستیک (از جمله ثابت‌های ناهمسانگردی در صورت نیاز).

۲.۱ جریان سیال تک فاز

در چند دهه گذشته، مطالعات مختلفی تراوایی را از تصاویر رقومی سنگ تخمین زدند. با توجه به آن که تراوایی به هندسه و اندازه منافذ بستگی دارد، مطالعات در این زمینه را می‌توان به طور کلی به دو گروه تقسیم کرد.

گروه اول شامل تخمین پارامترهای مختلف؛ از جمله سطح و توزیع اندازه دانه، که در مدل‌های نیمه تجربی مانند رابطه کوزنی-کارمن برای محاسبه تراوایی استفاده می‌شود. این روابط تجربی هستند چرا که به فاکتورهایی با مقیاس‌های مختلف برای برآزش به داده‌ها نیازمندند. گروه دوم از حل روش عددی معادله ناویر-استوکس^۵ برای جریان سیال با عدد رینولدز کم در منافذ استفاده می‌کنند (Keehm et al., 2004). روش شبکه بولتزن^۶ معادلات استوکس را در ساختار ریز

⁵Naiver-Stokes

⁶Lattice-Boltzmann Method

⁷ Cellular Automata Theory

پیچاپیچی است که به طور تجربی و برای هر محیط متخلخل برآورد شود. این محدودیت ناشی از ویژگی‌های هندسی و مسیر جریان است که در هر محیط متخلخل متفاوت از محیط‌های دیگر می‌باشد.

که در این رابطه، d اندازه متوسط تخلخل، τ پیچاپیچی فضای متخلخل، ϕ تخلخل و ϕ_p مقدار تخلخلی است که ارتباطشان با هم قطع و در نتیجه تراوایی در آن مقدار تخلخل صفر است. پیچاپیچی یک پارامتر هندسی مهم جریان است و به صورت طول مؤثر جریان یا نسبت طول مستقیم جریان به طول واقعی آن تعریف می‌شود. اگرچه رابطه کوزنی-کارمن پذیرفته شده و پرکاربرد است ولی این رابطه وابسته به ضرایبی مانند

جدول ۱. روابط تراوایی مشتق شده از رابطه کوزنی-کارمن برای محیط‌های مختلف (Karimpouli & Tahmasebi, 2017; Xu & Yu, 2008)

| مرجع | رابطه تراوایی | محیط مورد نظر |
|--------------------------|---|-------------------------|
| (McGregor, 1965) | $K = \frac{d^2 \phi^3}{16c(1-\phi)^2}$ | بافت در هم تنیده |
| (Revil & Cathles, 1999) | $K = \frac{d^2 \phi_{eff}^3}{180(1-\phi_{eff})^2}$ | ماسه‌سنگ شیلی |
| (Bourbié et al., 1987) | $K = C\phi^n d^2$ | محیط متخلخل |
| (Koponen et al., 1997) | $K = \frac{\phi_{eff}^3}{c\Gamma^2 S^2}$ | ذرات مربعی |
| (Mavko & Nur, 1997) | $K = Cd^2 \frac{(\phi - \phi_c)^3}{(1 + \phi_c - \phi)^2}$ | ماسه‌سنگ کربناته |
| (Pape & Clauser, 2009) | $K = \frac{\phi r^2}{8\Gamma} \left(\frac{2\phi}{3\Gamma^2(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{D-1}}$ | ماسه‌سنگ |
| (Shih & Lee, 1998) | $K = \frac{\phi^{n+1}}{C(1-\phi)^n}$ | فیبر و شیشه |
| (Costa, 2006) | $K = C \frac{\phi^n}{1-\phi}$ | سنگ‌های حفره‌ای |
| (Xu & Yu, 2008) | $K = C_f \delta_{max}^2 \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right)^{\frac{1+D_t}{2}}$ | محیط متخلخل (رابطه کلی) |
| (Henderson et al., 2010) | $\sqrt{\frac{K}{\phi}} = \xi \frac{\phi^{\frac{\zeta+2}{2}}}{(1-\phi)^\eta}$ | محیط متخلخل (رابطه کلی) |

ژو و یو یک رابطه تحلیلی را بدون هیچ پارامتر تجربی و با استفاده از قانون فرکتال به شکل زیر توسعه دادند ($Xu \& Yu, 2008$):

$$K = C_f \delta_{max}^2 \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right)^{\frac{1+D_t}{2}} \quad (7)$$

که در آن ضریب فرکتالی C_f برابر است با:

$$C_f = \frac{(\pi D_f)^{\frac{1-D_t}{2}} [4(3-D_f)]^{\frac{1+D_t}{2}}}{128(3+D_t-D_f)}$$

این ضریب با تخلخل نیز رابطه دارد. در این رابطه ابعاد فرکتالی نمونه با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای^۸ و یا روابط زیر به دست می‌آید ($Xu \& Yu, 2008; Yu \& Cheng, 2002$):

$$D_f = D_E - \frac{\ln \phi}{\ln \frac{\delta_{min}}{\delta_{max}}} \quad (8)$$

که در آن مقدار بُعد اقلیدسی D_E برای نمونه‌های دو و سه بعدی به ترتیب برابر ۲ و ۳ است. δ_{min} و δ_{max} هم بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین قطر یا اندازه تخلخل هستند. همچنین:

$$D_t = 1 + \frac{\ln \bar{\tau}}{\ln \frac{L_0}{\delta}} \quad (9)$$

به طوری که τ و $\frac{L_0}{\delta}$ پیچایی و اندازه تخلخل متوسط با روابط زیر هستند:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \sqrt{1-\phi} + \sqrt{1-\phi} \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1-\phi}} - 1 \right)^2 + \frac{1}{4}}{1-\sqrt{1-\phi}}} \right] \quad (10)$$

$$\frac{L_0}{\delta} = \frac{D_f - 1}{D_f^{1/2}} \left[\frac{1-\phi}{\phi} \frac{\pi}{4(D_E - D_f)} \right]^{1/2} \frac{\delta_{max}}{\delta_{min}} \quad (11)$$

هندرسون و همکاران رابطه عمومی دیگری به شکل زیر ارائه کردند که تقریباً سازگار با تمامی روابط قبلی از جمله رابطه (۷) است ($Henderson et al., 2010$):

در جدول شماره ۱، C فاکتور تراوایی، ϕ_{eff} تخلخل مؤثر، Γ پارامتر ارتباط داخلی تخلخل ها، S سطح ویژه، ϕ_c تخلخل بحرانی، r اندازه دانه، D بعد فرکتالی محیط متخلخل، n توان تجربی، λ_{max} بزرگ‌ترین اندازه تخلخل، D_f بعد فرکتالی تخلخل، D_t بعد فرکتالی پیچایی، $C_f = \frac{(\pi D_f)^{\frac{1-D_t}{2}} [4(2-D_f)]^{\frac{1+D_t}{2}}}{128(3+D_t-D_f)}$ ضریب فرکتالی، ξ ، ζ و η ضرایب ثابت در هر یک از روابط مشتق شده از رابطه کوزنی-کارمن است.

۳.۲ روابط فرکتالی تراوایی

فضای بی‌نظم و میکروساختارهای تخلخل نشان داد که این خلل و فرج‌ها دارای خاصیت فرکتالی هستند. این خاصیت می‌تواند به صورت بعد فرکتالی فضای متخلخل و بعد فرکتالی پیچایی تعریف شود ($Yu \& Cheng, 2002$). کنز و تامپسون از اولین کسانی بودند که با یک تحقیق تجربی نشان دادند که فضای متخلخل ماسه‌سنگ دارای خاصیت فرکتالی است و خاصیت خود متشابهی دارد ($Katz \& Thompson, 1985$). در محیط‌های متخلخل، فضاهای متخلخل به صورت دسته‌ای از لوله‌های مویین با قطر δ و طول پیچایی $L_t(\delta) \geq L_0$ که در آن L_0 طول معرف لوله است، در نظر گرفته می‌شوند. یو و چنگ نشان دادند که قانون مقیاس فرکتالی برای قطر و طول لوله‌های مویین به صورت زیر است ($Yu \& Cheng, 2002$):

$$L_t(\delta) = \delta^{1-D_t} L_0^{D_t} \quad (5)$$

که D_t بعد فرکتالی پیچایی است. در کنار رفتار فرکتالی مسیر پیچایی سیال، قانون مقیاس فرکتالی مشابهی برای قطر یا اندازه تخلخل به کار گرفته می‌شود ($Yu \& Cheng, 2002$):

$$N(\varepsilon \geq \delta) = \left(\frac{\delta_{max}}{\delta} \right)^{D_f} \quad (6)$$

که δ_{max} بزرگ‌ترین قطر یا اندازه تخلخل و D_f بعد فرکتالی فضاهای متخلخل است. ابعاد فرکتالی برای نمونه‌های دو بعدی $1 \leq D_f$ or $D_t \leq 2$ و نیز برای نمونه‌های سه بعدی $2 \leq D_f$ or $D_t \leq 3$ است.

⁸ Box counting (*Feder, 1988*)

تعداد ۳۰ زیر نمونه با ابعاد 20×20 از هر کدام برای مطالعه روند از آن‌ها استخراج گردید (شکل ۲).

$$\sqrt{\frac{K}{\phi}} = \xi \frac{\phi^{\frac{\zeta+2}{2}}}{(1-\phi)^\eta} \quad (12)$$

در این رابطه $\xi = d\sqrt{c_f}$ و $\zeta = \frac{D_t-3}{2}$ و $\eta = \frac{D_t+3}{4}$ است.

برخلاف رابطه ژو و یو که نیازمند مطالعات فرکتالی محیط متخلخل دارد، مقادیر ثابت در این رابطه با استفاده از یک روش بهینه‌سازی قابل دستیابی است (Xu & Yu, 2008). در مطالعات فیزیک سنگ رقومی آندرا، کریم‌پولی و طهماسبی رابطه تراوایی کوزنی-کارمن به عنوان یک روند قابل قبول و متداول استفاده می‌شود (Andrä et al., 2013b; Karimpouli & Tahmasebi, 2016). این رابطه یک حالت خاص از رابطه عمومی تراوایی است و از این رو، برای تمامی نمونه‌ها قابل استفاده نیست. این تفاوت در نمونه‌ها در نتیجه اختلاف در ساختار فضای متخلخل آن‌هاست. نکته قابل توجه آن است که این ساختارها با ابعاد فرکتالی کمی می‌شوند. بنابراین در این مقاله سعی بر استفاده و بهبود روابط فرکتالی به عنوان روندهای تراوایی-تخلخل است.

جدول ۲. خلاصه‌ی نمونه‌های استفاده شده در این مطالعه

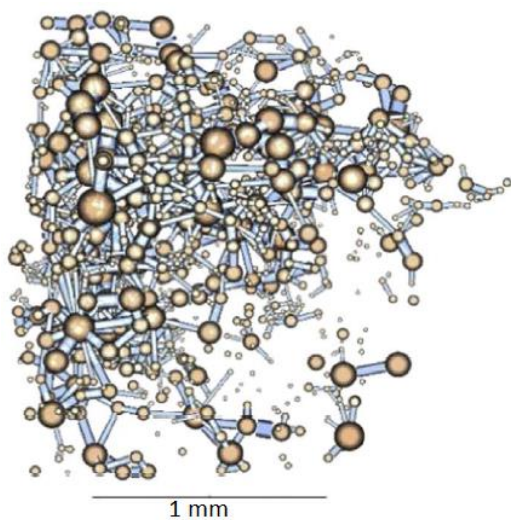
| مرجع | ترکیب | تخلخل (%) | مکان | نمونه |
|----------------------------|-----------------|-----------|--------|----------|
| (Dubelaar & Nijland, 2015) | ٪۹۷/۵ | ۱۸/۱ | آلمان | ماسه |
| | کوارتز، | | | سنگ |
| | ٪۲ | | | بنت‌هیمر |
| | فلدسپات، | | | |
| | ٪۰/۵ | | | |
| | کائولینیت | | | |
| (Watson, 1911) | ٪۹۹ | ۱۰/۸ | فرانسه | کربنات |
| | کلسیت، | | | استیلادس |
| | ٪۱ | | | |
| | دولومیت و سیلیس | | | |

تخلخل هر یک از این زیر نمونه‌ها به صورت نسبت تعداد سلول‌های فاز متخلخل به تعداد کل سلول‌های نمونه محاسبه شد. همچنین تراوایی مطلق با استفاده از روش شبکه بولتزمن که روشی دقیق برای محاسبه جریان سیال در ساختار تخلخل سنگ است، به دست آمد (Keehm et al., 2004). این روش جریان را بر اساس قوانین ساده‌ی حاکم بین ذرات شبیه‌سازی کرده و معادلات ناویر-استوکس را در مقیاس ماکروسکوپی به دست می‌آورد (Andrä et al., 2013b).

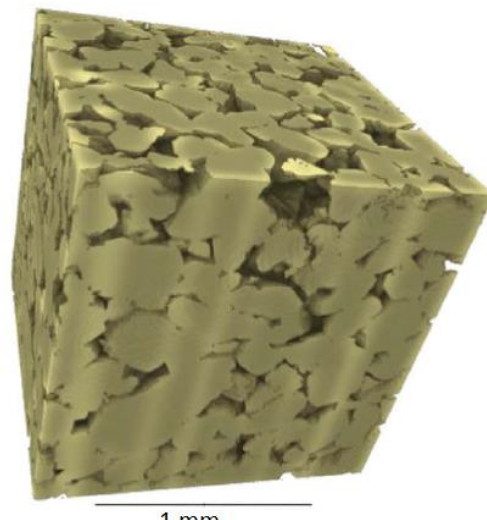
پس از انجام این محاسبات، نمودار تغییرات تراوایی در مقابل تخلخل برای هر یک از نمونه‌ها رسم شد (شکل ۴). همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است؛ به طور کلی با افزایش تخلخل مقدار تراوایی افزایش می‌یابد. با این وجود این افزایش خطی نیست و روابط خاصی مانند رابطه تراوایی کوزنی-کارمن برای برازش به این داده‌ها مورد نیاز است.

۴. معرفی نمونه‌های ۳ بعدی رقومی

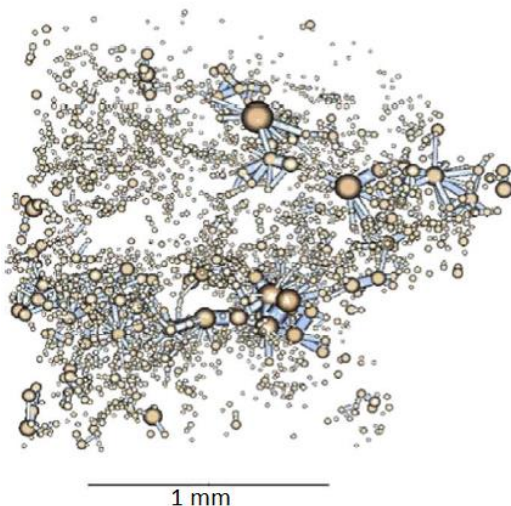
در این مطالعه از دو نمونه ماسه‌سنگ بنت‌هیمر و کربنات استیلادس استفاده شده است (Alyafei et al., 2016). این نمونه‌ها به گونه‌ای انتخاب شدند که پیچیدگی فضاهای متخلخل متفاوتی نسبت به هم داشته باشند و از دیدگاه فرکتالی نیز به خوبی قابل مقایسه باشند. خلاصه‌ای از ویژگی‌های آن‌ها در جدول ۲ آمده است. این داده‌ها با استفاده از اسکنرهای میکرو-سی-تی اسکن در مرکز آزمایشگاهی مغزه رقومی در قطر به دست آمده‌اند (Alyafei et al., 2016). یک نمونه ۴/۸ میلی‌متری از نمونه‌ها با رزولوشن ۳ میکرومتر اسکن شدند (شکل ۱). شکل ۲ توپولوژی شبکه تخلخل این دو نمونه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل بر می‌آید، نمونه‌های انتخابی در این مطالعه از دو ساختار متخلخل کاملاً متفاوت تشکیل شده‌اند. ماسه‌سنگ بنت‌هیمر دارای یک جامعه آماری از تخلخل‌های بزرگ است؛ حال آن که نمونه کربنات استیلادس حاوی دو جامعه درشت تخلخل و ریز تخلخل است. بنابراین واضح است که این تفاوت فاحش در ساختار متخلخل، منجر به دو روند تراوایی-تخلخل کاملاً متفاوت خواهد شد. نمونه‌ها بعد از پردازش اولیه قطعه‌بندی شده و



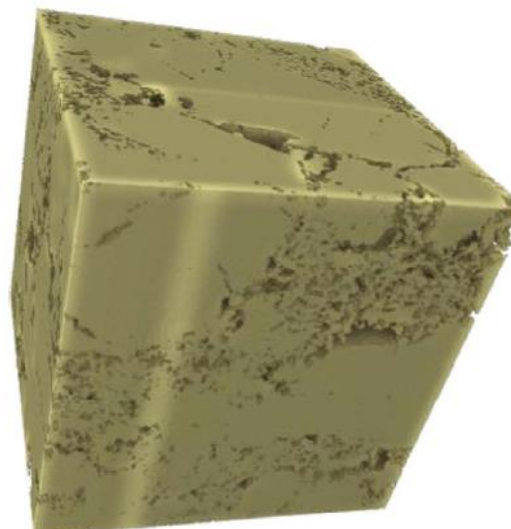
الف



الف



ب



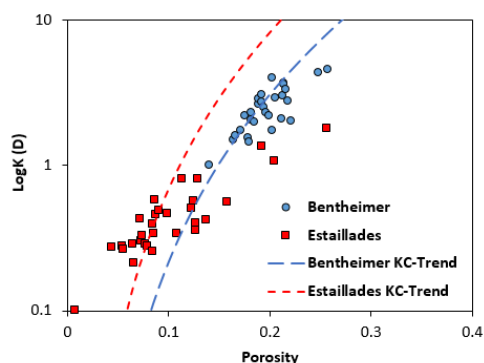
ب

شکل ۲. توپولوژی شبکه تخلخل الف- ماسه سنگ بنت-هیمر و ب- کربنات استیلادس (Alyafei et al., 2016)

شکل ۱. نمونه‌های رقومی ۳ بعدی اصلی در این مطالعه شامل الف- ماسه سنگ بنت هیمر و ب- کربنات استیلادس (Alyafei et al., 2016)

همان طور که از این روندها برمی آید، در هیچ کدام از نمونه-ها، روند تراوایی به ازای کل بازه تخلخل به درستی به دست نیامده است. بنابراین اگر چه رابطه کوزنی کارمن قادر است روند تراوایی در برخی سنگ‌ها مانند ماسه سنگ فوتنبلو را به خوبی تخمین بزند اما به دلیل آن که این رابطه پیچیدگی فضای متخلخل را به خوبی پوشش نمی‌دهد؛ یک رابطه عمومی برای همه سنگ‌ها به شمار نیامده و برای نمونه‌های مختلف روابط مناسب‌تری مورد نیاز است (Dvorkin et al., 2011).

بنابراین این رابطه به نتایج تراوایی در هر دو نمونه برازش شد و روند حاصله به صورت خطوط نقطه‌چین بلند برای ماسه سنگ بنت هیمر و نقطه‌چین کوتاه برای کربنات استیلادس در شکل ۴ نشان داده شده است.

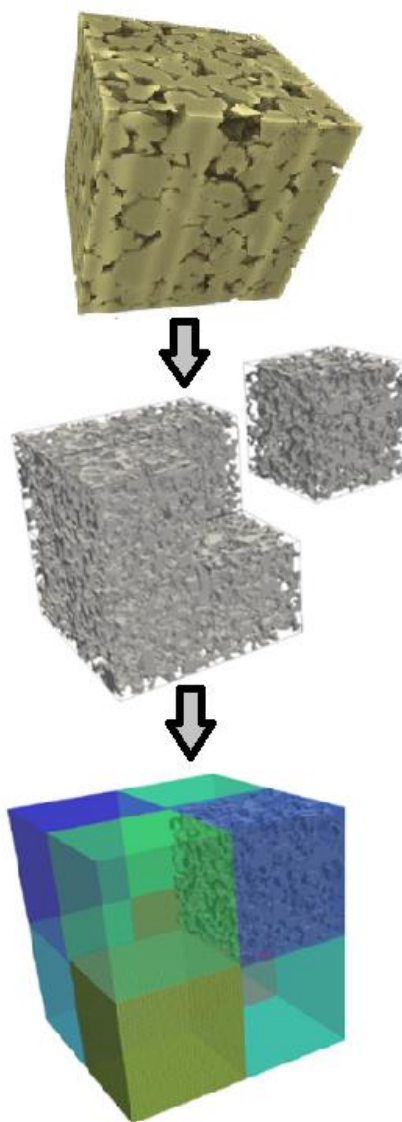


شکل ۴. نمودار تراوایی در مقابل تخلخل به همراه روندهای تراوایی براساس رابطه کوزنی-کارمن برای ماسه-سنگ بنت‌هیمر (دایره و نقطه چین بلند) و کربنات استیلادس (مربع و نقطه چین کوتاه).

۵. بررسی روندهای تراوایی-تخلخل

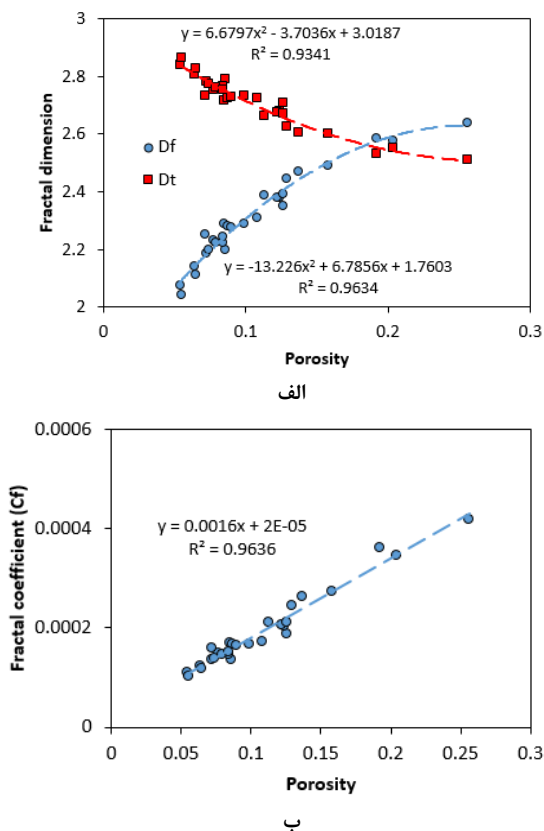
همان‌طور که در بخش قبل نیز اشاره شد، پیچیدگی فضای متخلخل در رابطه کوزنی-کارمن به‌طور کامل قابل ارزیابی نیست و از این رو نمی‌تواند به‌عنوان روند مناسبی برای روند تراوایی-تخلخل به حساب آید. به همین علت، در این مطالعه سعی شده تا از روابط فرکتالی تراوایی که چنین پیچیدگی‌هایی را بهتر پوشش می‌دهند استفاده شود. بنابراین در ابتدا رابطه ۱۲ به داده‌های تراوایی برازش شد و بهینه‌ترین مقادیر برای هر یک از ثابت‌های رابطه به دست آمد (Dvorkin et al., 2011).

با وجود آن که نتایج برازش مناسب بوده است؛ اما مشاهده شد که مقدار برخی از ثابت‌ها از جمله γ در رابطه ۱۲، منفی شده است. این امر به معنای منفی شدن D_t (بعد فرکتالی پیچاپیچی) است که با ماهیت ابعاد فرکتالی در تضاد است. در مرحله بعد الگوریتم برازش به گونه‌ای تنظیم شد که به این ثابت‌ها فقط مقادیر بزرگ‌تر یا مساوی با صفر اختصاص داده شود. در این حالت هم تمامی ابعاد فرکتالی صفر شد و روند تراوایی به یک رابطه چندجمله‌ای درجه ۳ کاهش یافت. این امر نیز به معنای آن است که این نمونه‌ها بعد فرکتالی پیچاپیچی ندارند؛ که با وجود پیچیدگی‌های موجود در نمونه‌های متخلخل در این مطالعه (شکل ۱) سازگار نیست. بررسی فوق نشان داد که اگر چه ممکن است روابط تراوایی فرکتالی برای تخمین تراوایی یک نمونه خاص



شکل ۳. استخراج زیر نمونه‌ها از نمونه رقمی اصلی. در مرحله اول، یک نمونه با ابعاد کوچک‌تر نسبت به نمونه اصلی از آن جدا شده و در مرحله بعد ویژگی‌های فیزیکی آن از قبیل تخلخل و تراوایی محاسبه می‌شود.

کاملاً به صورت خطی افزایش می‌یابد (Xu & Yu, 2008).



شکل ۶. نمودار الف- ابعاد فرکتالی ب- ضریب فرکتالی در مقابل تخلخل برای زیر نمونه‌های کربنات استیلادس.

تمامی این موارد نشان می‌دهند که جهت ارزیابی تراوایی، ابعاد فرکتالی نیز باید به صورت توابعی براساس تخلخل نوشته شوند. از این رو، از رابطه ساده شده ژو و یو و تابعیت-های به دست آمده در شکل‌های ۵ و ۶ استفاده شده و روابط زیر برای ابعاد و ضرایب فرکتالی تعریف شدند (Xu & Yu, 2008):

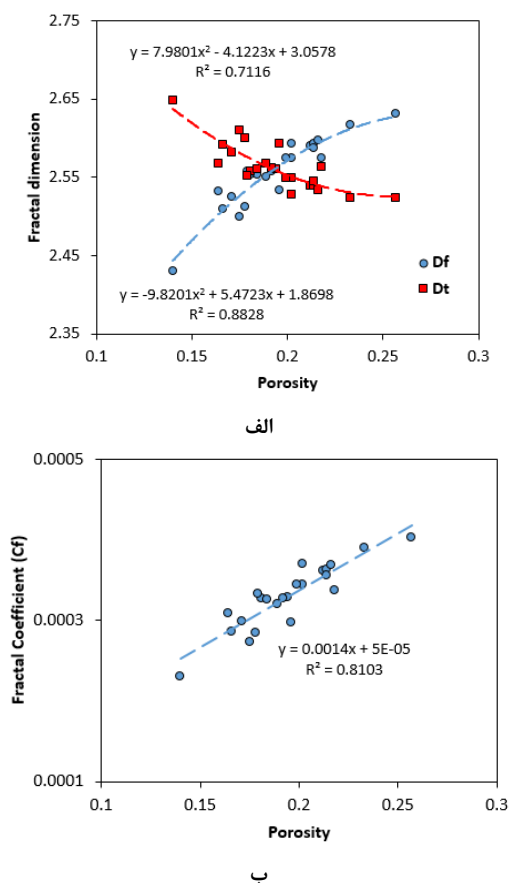
$$D_T = a\phi^2 + b\phi + c \quad (13)$$

$$D_f = a\phi^2 + b\phi + c \quad (14)$$

$$C_f = a\phi + b \quad (15)$$

در این روابط a و b ثابت‌های رابطه‌اند. با جایگزینی این

مناسب باشند، اما در برآورد روند تراوایی مناسب نیستند (Karimpouli & Tahmasebi, 2017). در واقع مشکل اصلی آن است که با وجود آن که ابعاد و ضرایب فرکتالی تابعی از تغییرات تخلخل‌اند؛ اما این مقادیر در این روابط ثابت در نظر گرفته می‌شوند (Xu & Yu, 2008). برای نشان دادن این موضوع، ابعاد فرکتالی در هر یک از زیر نمونه‌ها محاسبه و نمودار آن‌ها در مقابل تخلخل برای هر یک از نمونه‌های اصلی رسم شدند (شکل ۵ و ۶).



شکل ۵. نمودار الف- ابعاد فرکتالی ب- ضریب فرکتالی در مقابل تخلخل برای زیر نمونه‌های ماسه‌سنگ بنت‌هیمبر.

همان‌طور که در این نمودارها دیده می‌شود، ابعاد فرکتالی D_f و D_t با تخلخل، رابطه‌ای چندجمله‌ای از مرتبه ۲ دارند. البته شیب تغییرات این دو با هم متفاوت است به طوری که با افزایش تخلخل D_f افزایش یافته، حال آن که D_t کاهش می‌یابد. همچنین C_f در رابطه ژو و یو نیز با افزایش تخلخل

روابط در رابطه ۷ برای رابطه تراوایی داریم:

$$K = (a\phi + b) \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right)^{(c\phi^2 + d\phi + e)} \quad (16)$$

در این رابطه a, b, c, d و e ثابت‌های رابطه‌اند و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برازش منحنی به دست می‌آیند. رابطه ۱۶ روی نتایج تراوایی برای زیر نمونه‌های ماسه‌سنگ بنت‌هیمر و کربنات استیلادس پیاده‌سازی شد و نتایج آن در جدول ۳ و شکل ۷ آمده است.

جدول ۳. مقادیر ثابت‌های رابطه روند تراوایی-تخلخل ارائه شده در این مطالعه

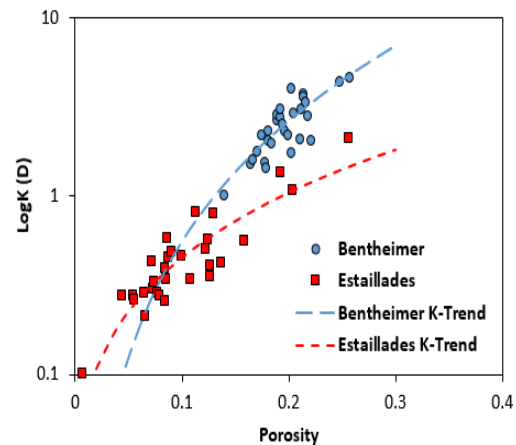
| نمونه | a | b | c | d | e |
|-----------------|------|------|------|------|------|
| ماسه‌سنگ | ۵/۹۴ | ۰/۱۳ | ۰/۱۲ | ۰/۱۲ | ۱/۰۵ |
| بنت‌هیمر | - | - | - | - | - |
| کربنات استیلادس | ۶/۲۸ | ۰/۶۶ | ۰/۰۱ | ۰/۴۱ | ۰/۵۲ |

این مطالعه به گونه‌ای انتخاب شدند که دارای رفتار فرکتالی کاملاً متفاوتی نسبت به هم باشند. با وجود این تفاوت‌ها در روند کوزنی-کارمن فقط با تغییر ثابت‌های رابطه محل منحنی تغییر می‌کند و این تفاوت به خوبی برآورد نمی‌شود. روابط فرکتالی هم برای ارزیابی مقدار تراوایی برای یک نمونه مناسب‌اند. حال آن که رابطه ارائه شده در این مطالعه نه تنها به خوبی تغییرات و روند تراوایی را در کل بازه تخلخل پوشش می‌دهد، بلکه رفتار متفاوت فرکتالی فضاهای متخلخل این دو نمونه به خوبی با جدا شدن این روندها از هم قابل تفکیک و مقایسه است.

۶. نتایج

رابطه تراوایی کوزنی-کارمن یکی از پرکاربردترین روابط در این زمینه است. البته پارامترهای این رابطه بسته به پیچیدگی نمونه و فضای متخلخل آن باید کالیبره شده و مقادیر مناسب آن‌ها به دست آید. این محدودیت باعث گسترش این رابطه و ارائه نسخه‌های مختلفی از آن گردید. یکی از بهترین این روابط، روابط تراوایی بر پایه ابعاد فرکتالی فضای متخلخل و پیچیدگی هستند. این امر بدان علت است که ابعاد فرکتالی تا حدود زیادی رفتار فضای متخلخل و پیچیدگی‌های ساختار تخلخل را در نظر می‌گیرد. نکته قابل توجه آن است که این روابط برای محاسبه تراوایی یک نمونه خاص به خوبی عمل می‌کنند؛ حال آن که در برآورد روند تراوایی-تخلخل که در واقع بیان‌گر رفتار ساختار فضای متخلخل در عبور سیال از آن است نتایج مناسب و مطلوبی ارائه نمی‌کنند.

در این مطالعه از دو نمونه سه بعدی سنگ رقومی ماسه‌سنگ بنت‌هیمر و کربنات استیلادس برای بررسی و بهینه‌سازی روند تراوایی-تخلخل استفاده شده است. این دو نمونه از این جهت انتخاب شده‌اند تا پیچیدگی‌های فضای متخلخل را به خوبی نشان دهد و در نتیجه رفتارهای فرکتالی متفاوتی نسبت به هم داشته باشند. از هر یک از نمونه‌ها تعداد ۳۰ زیر نمونه استخراج شد و مقدار تخلخل و تراوایی هر یک محاسبه و سپس رابطه کوزنی-کارمن به آن‌ها برازش گردید. نتایج نشان داد که این رابطه به دلیل در نظر نگرفتن پیچیدگی‌های فضای متخلخل نمی‌تواند به عنوان روندی مناسب به حساب آید. از این رو از روابط عمومی فرکتالی



شکل ۷. نمودار تراوایی در مقابل تخلخل برای ماسه‌سنگ بنت‌هیمر (دایره) و کربنات استیلادس (مربع) به همراه روندهای تراوایی از رابطه ارائه شده در این مطالعه

این نتایج نشان می‌دهند که از طرفی، مقادیر مثبت به دست آمده برای ثابت‌های a و c (جدول ۳) به خوبی با رفتار ابعاد و ضرایب فرکتالی (شکل ۵ و ۶) تطابق دارد. همچنین روندهای برازش شده به داده‌های تراوایی هر دو نمونه، به خوبی تمامی داده‌ها در کل بازه تراوایی را پوشش می‌دهند. مقایسه این روندها با روند کوزنی-کارمن (شکل ۴) به خوبی برتری و دقت رابطه ارائه شده را نشان می‌دهد. نمونه‌های

ارائه روابط بهبود یافته برای روندهای تراوایی-تخلخل سنگ با استفاده از فیزیک سنگ رقومی

تراوایی استفاده شد.

با برآزش این روابط به داده‌های تراوایی مشاهده شد که بعد فرکتالی پیچاپیچی باید صفر در نظر گرفته شود که این امر با وجود پیچیدگی فضای متخلخل این دو نمونه سازگاری ندارد. مشکل از آنجا پیدا می‌شود که در این روابط ابعاد و ضرایب فرکتالی ثابت در نظر گرفته می‌شود؛ حال آن که بررسی‌های انجام گرفته در این مطالعه نشان داد که ابعاد فرکتالی پیچاپیچی و فضای متخلخل تابعیتی چندجمله‌ای از درجه ۲ و ضریب فرکتال تابعیتی خطی با تخلخل دارد. با اعمال چنین روابطی، یک رابطه بهبود داده شده در این مطالعه ارائه شد. با برآزش این رابطه به داده‌های تراوایی، ثابت‌های رابطه به دست آمد. نتایج نشان داد که روندهای بهبود داده شده، در مقایسه با رابطه کوزنی-کارمن به خوبی به کل داده‌ها برآزش شده و تفاوت در این روندها نیز انعکاس پیچیدگی‌های فرکتالی هر یک از این نمونه‌ها است.

۷. مراجع

- Adler, P. M., & Thovert, J. F. (1998). Real Porous Media: Local Geometry and Macroscopic Properties. *Applied Mechanics Reviews*, 51(9), 537. <http://doi.org/10.1115/1.3099022>
- Alyafei, N., Mckay, T. J., & Solling, T. I. (2016). Characterization of petrophysical properties using pore-network and lattice-Boltzmann modelling: Choice of method and image sub-volume size. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 145(July), 256–265. <http://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.05.021>
- Andrä, H., Combaret, N., Dvorkin, J., Glatt, E., Han, J., Kabel, M., & Zhan, X. (2013a). Digital rock physics benchmarks-Part I: Imaging and segmentation. *Computers and Geosciences*, 50, 25–32. <http://doi.org/10.1016/j.cageo.2012.09.005>
- Andrä, H., Combaret, N., Dvorkin, J., Glatt, E., Han, J., Kabel, M., & Zhan, X. (2013b). Digital rock physics benchmarks-part II: Computing effective properties. *Computers and Geosciences*, 50, 33–43. <http://doi.org/10.1016/j.cageo.2012.09.008>
- Bourbié, T., Coussy, O., & Zinszner, B. (1987). Acoustics of porous media.
- Carman, P. C. (1937). Fluid flow through granular beds. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 15, 150–167.
- Costa, A. (2006). Permeability- porosity relationship: A reexamination of the Kozeny- Carman equation based on a fractal pore- space geometry assumption. *Geophysical Research Letters*, 33(2).
- Craig, F. F. (1971). *The reservoir engineering aspects of waterflooding*. H.L. Doherty Memorial Fund of AIME. Retrieved from <http://store.spe.org/The-Reservoir-Engineering-Aspects-Of-Waterflooding--P68.aspx>
- Dubelaar, C. W., & Nijland, T. G. (2015). The bentheim sandstone: geology, petrophysics, varieties and its use as dimension stone. In *Engineering Geology for Society and Territory-Volume 8* (pp. 557–563). Springer.
- Dvorkin, J., & Derzhi, N. (2012). Rules of upscaling for rock physics transforms: Composites of randomly and independently drawn elements. *Geophysics*, 77(3), WA129-WA139. <http://doi.org/10.1190/geo2011-0268.1>
- Dvorkin, J., Derzhi, N., Diaz, E., & Fang, Q. (2011). Relevance of computational rock physics. *Geophysics*, 76(5)(5), E141–E153. <http://doi.org/10.1190/geo2010-0352.1>
- Feder, J. (1988). *Fractals*. Springer Science & Business Media.
- Henderson, N., Bréttas, J. C., & Sacco, W. F. (2010). A three-parameter Kozeny–Carman generalized equation for fractal porous media. *Chemical Engineering Science*, 65(15), 4432–4442.
- Karimpouli, S., & Tahmasebi, P. (2016). Conditional reconstruction: An alternative strategy in digital rock physics. *Geophysics*, 81(4), D465–D477. <http://doi.org/10.1190/geo2015-0260.1>
- Karimpouli, S., & Tahmasebi, P. (2017). A Hierarchical Sampling for Capturing Permeability Trend in Rock Physics. *Transport in Porous Media*, 116(3), 1057–1072. <http://doi.org/10.1007/s11242-016-0812-x>

- Karimpouli, S., Tahmasebi, P., Ramandi, H. L., Mostaghimi, P., & Saadatfar, M. (2017). Stochastic modeling of coal fracture network by direct use of micro-computed tomography images. *International Journal of Coal Geology*, 179, 153–163. <http://doi.org/10.1016/j.coal.2017.06.002>
- Katz, A., & Thompson, A. H. (1985). Fractal sandstone pores: implications for conductivity and pore formation. *Physical Review Letters*, 54(12), 1325.
- Kaviany, M. (2012). *Principles of heat transfer in porous media*. Springer Science & Business Media.
- Keehm, Y., Mukerji, T., & Nur, A. (2004). Permeability prediction from thin sections: 3D reconstruction and Lattice- Boltzmann flow simulation. *Geophysical Research Letters*, 31(4)(4), L04606.
- Koponen, A., Kataja, M., & Timonen, J. (1997). Permeability and effective porosity of porous media. *Physical Review E*, 56(3), 3319. <http://doi.org/10.1103/PhysRevE.56.3319>
- Kozeny, J. (1927). Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Stitzungsber Akad Wiss Wien*, 136, 271–306.
- Mavko, G., & Nur, A. (1997). The effect of a percolation threshold in the Kozeny-Carman relation. *Geophysics*, 62(5), 1480–1482.
- McGregor, R. (1965). The effect of rate of flow on rate of dyeing II—the mechanism of fluid flow through textiles and its significance in dyeing. *Journal of the Society of Dyers and Colourists*, 81(10), 429–438. <http://doi.org/10.1111/j.1478-4408.1965.tb02615.x>
- Pape, H., & Clauser, C. (2009). Improved Interpretation of Nuclear Magnetic Resonance T1 and T2 Distributions for Permeability Prediction: Simulation of Diffusion Coupling for a Fractal Cluster of Pores. *Pure and Applied Geophysics*, 166(5–7), 949–968. <http://doi.org/10.1007/s00024-009-0480-7>
- Ren, X., Zhao, Y., Deng, Q., Kang, J., Li, D., & Wang, D. (2016). A relation of hydraulic conductivity—void ratio for soils based on Kozeny-Carman equation. *Engineering Geology*, 213, 89–97.
- Revil, A., & Cathles, L. M. (1999). Permeability of shaly sands. *Water Resources Research*, 35(3), 651–662. <http://doi.org/10.1029/98WR02700>
- Shih, C.-H. C., & Lee, L. J. (1998). Effect of fiber architecture on permeability in liquid composite molding. *Polymer Composites*, 19(5), 626–639. <http://doi.org/10.1002/pc.10136>
- Watson, J. (1911). British and Foreign Building Stones. A Descriptive Catalogue of the Specimens in the Sedgwick Museum. *Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, Doi, 10, S0016756800111410*.
- Xu, P., & Yu, B. (2008). Developing a new form of permeability and Kozeny–Carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry. *Advances in Water Resources*, 31(1), 74–81. <http://doi.org/10.1016/j.advwatres.2007.06.003>
- Yu, B., & Cheng, P. (2002). A fractal permeability model for bi-dispersed porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(14), 2983–2993. [http://doi.org/10.1016/S0017-9310\(02\)00014-5](http://doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00014-5)