



مقاله پژوهشی

بررسی تاثیر تنش‌های برجا و تخلخل بر مکانیسم رشد ترک در شکست هیدرولیکی با روش عددی ناپیوستگی جابجایی

محسن حیدری^۱؛ محمد فاتحی مرجی^{۲*}؛ ابوالفضل عبدالهی پور^۳؛ حمید سلطانیان^۴؛ یوسف میرزائیان^۵

۱- کارشناس ارشد؛ ژئومکانیک نفت، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

۲- استادیار؛ گروه استخراج، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

۳- استادیار؛ دانشکده مهندسی معدن، پردیس فنی و مهندسی، دانشگاه تهران

۴. استادیار؛ پژوهشگاه صنعت نفت

۵. استادیار؛ گروه استخراج، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۳/۰۹ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۳۰

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22107/JPG.2022.349178.1171

چکیده

واژگان کلیدی

شکست هیدرولیکی، تنش‌های برجا، تخلخل، انتشار ترک، المان مرزی، ناپیوستگی جابجایی

امروزه شکست هیدرولیکی در زمینه‌های مختلف از جمله ازدیاد برداشت، اندازه‌گیری تنش‌های برجا، استخراج انرژی زمین گرمایی و برداشت منابع نامتعارف هیدروکربنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به گستردگی استفاده از این روش، امکان اثردهی معکوس و احتمال ایجاد مخاطرات لرزه‌ای در سطح، بررسی و شناخت کامل این عملیات امری ضروری است. پژوهش‌های عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی بسیاری در این زمینه انجام شده است که در آن‌ها وضعیت تنش‌های برجا و تخلخل از مهم‌ترین عوامل اثرگذار بر انتشار، بازشدگی و فشار انتشار ترک محسوب می‌شوند. جهت مدل‌سازی عددی در این تحقیق از روش عددی ناپیوستگی جابجایی که یکی از روش‌های با توانایی بالا در مدل‌سازی ناپیوستگی و شکست می‌باشد، استفاده شده است. برنامه مورد استفاده بر اساس مکانیک جامدات و مکانیک شکست ایجاد شده است. با اضافه شدن ماژول جریان سیال در این پژوهش کوپل مکانیک سیالات را نیز دربرمی‌گیرد. این قسمت از برنامه توسط روش عددی تفاضل محدود زمان پیش‌رو مکان مرکزی ایجاد شده است. در نهایت پس از اعتبارسنجی برنامه بررسی اثرات میدان تنش برجا و تخلخل بر انتشار ترک انجام شده است. جهت مرجعیت یافتن نتایج، پارامترهای مورد بررسی به صورت بدون بعد درآمده است. با توجه به نتایج به دست آمده بهترین راستای ایجاد شکست هیدرولیکی در جهت تنش حداکثر می‌باشد. با افزایش اختلاف تنش‌های برجا به فشار تزریق کمتری جهت انتشار ترک نیاز است. در صورت ایجاد ترک با زاویه نسبت به تنش حداکثر، تا زاویه ۴۵ درجه فشار تزریق کمتری جهت انتشار ترک لازم است و ترک پس از چند مرحله رشد به سمت تنش حداکثر منحرف می‌گردد. افزایش تخلخل سازند باعث کاهش مقدار مدول یانگ و ضریب پواسون گشته که در نهایت باعث افزایش بازشدگی ترک در مقادیر بالاتر تخلخل می‌شود؛ بنابراین در تخلخل ۲۰ درصد میزان بازشدگی ترک بیش از ۲ برابر آن در تخلخل صفر درصد می‌باشد. در صورتی که فاصله منفذ کم‌تر از ۲/۵ برابر نصف طول ترک از نوک ترک باشد، مقدار فاکتور شدت تنش نوک شکست کاهش می‌یابد.

۱. پیش‌گفتار

افت فشار مواجه هستند. از این‌رو، با توجه به مصارف بالا و متنوع صنعتی و تامین مواد خام اولیه مورد نیاز، استفاده از روش‌های تحریک مخزن امری ضروری است. شکست هیدرولیکی یکی از پرکاربردترین و متداول‌ترین روش‌های

بسیاری از مخازن گاز و نفت دارای فشار بالا در نقاط مختلف جهان، در حال تمام شدن است و مخازن در حال استخراج با

فشار شکست هیدرولیکی داشته است [۷]. در مطالعه‌ای که بر روی تخلخل و محتوی رس مخزن انجام شده است، نتایج نشان می‌دهد که سازند با تخلخل و محتوای رس بیشتر، ارتفاع شکستگی را محدود می‌کند. تخلخل بیشتر باعث افزایش نفوذپذیری می‌شود و مقدار رس بیشتر باعث می‌شود که مدول‌های الاستیک کاهش یافته و مقاومت کششی بزرگتر شود. سرانجام همه این عوامل باعث کاهش ارتفاع شکستگی می‌شوند [۸]. همچنین دریس عبدالله‌پور و همکاران با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی به بررسی اثر تخلخل بر فشار شکست پرداخته و با بررسی نمونه‌های مصنوعی به این نتیجه رسیده‌اند که با افزایش تخلخل فشار شکست کاهش می‌یابد [۹].

برخلاف استفاده گسترده این روش در استخراج نفت و گاز، همچنان جنبه‌های اساسی و مهمی از آن مبهم باقی‌مانده است و نیاز به بررسی بیشتر، به‌منظور افزایش کارایی عملیات شکست هیدرولیکی می‌باشد؛ اما با توجه به هزینه‌های بالای انجام عملیات شکست هیدرولیکی و حساسیت انجام آن در مخازن چند فاز و امکان ایجاد زیان، این عملیات نیاز به طراحی دقیق و بررسی تاثیر عوامل مختلف بر راستا، طول و ارتفاع انتشار ترک دارد. نحوه انتشار ترک در عملیات شکست هیدرولیکی از مهم‌ترین پارامترهای موثر بر یک عملیات شکست هیدرولیکی موفق می‌باشد. این مورد متأثر از عوامل مختلفی چون پارامترهای ژئومکانیکی سازند محل انجام عملیات، وضعیت تکتونیکی سازند و شکستگی‌های طبیعی موجود در سازند می‌باشد؛ اما از جمله مهم‌ترین و اصلی‌ترین کنترل‌کننده‌های انتشار ترک میدان تنش برجا می‌باشد. بنابراین در این پژوهش هدف از مدل‌سازی عملیات شکست هیدرولیکی بررسی اثرات میدان تنش برجا و تخلخل بر راستای انتشار، فشار رشد و میزان بازشدگی ترک و همچنین معرفی یک برنامه‌ی کامل جهت مدل‌سازی عملیات شکست هیدرولیکی با کوپل روش المان مرزی و تفاضل محدود به صورت دو بعدی و با فرض ارتفاع ثابت می‌باشد. پیش از این لک و همکاران با استفاده از کوپل روش‌های عددی تفاضل محدود و المان مرزی به بررسی اثر تنش‌های برجا بر انتشار ترک‌های شعاعی ناشی از انفجار در اطراف چاه پرداخته و نتیجه گرفتند با افزایش نسبت تنش‌های برجا، نسبت طول ترک‌ها افزایش می‌یابد [۱۰]. همچنین عبدالله‌پور و همکاران

مرسوم تحریک چاه است که با افزایش نفوذپذیری و سطح تماس سازند با چاه منجر به افزایش تولید می‌شود. این روش در سال ۱۹۴۰ برای افزایش تولید توسط ایجاد شکست در قسمتی از چاه تحت فشار طراحی شد. این فناوری در زمینه‌های مختلف مانند اندازه‌گیری تنش برجا، تحریک گاز شیل، استخراج منابع انرژی زمین گرمایی و استخراج منابع نامتعارف هیدروکربنی نیز مورد استفاده قرار گرفته است [۱].

شکست هیدرولیکی در سنگ‌های نفوذپذیر یک فرایند پیچیده است که تحت تاثیر عوامل مختلفی از جمله پارامترهای ژئومکانیکی و عملیاتی مانند ویسکوزیته سیال، میزان تزریق و قطر گمانه و شرایط برجا مانند تنش برجا و مقدار فشار منفذی اولیه قرار دارد [۲]. هوبرت با استفاده از تئوری الاستیسیته دریافت که راستای شکست هیدرولیکی با تنش‌های برجای منطقه در ارتباط است و در عمق قرارگیری اکثر مخازن هیدروکربنی وزن روباره بیشترین تنش منطقه است؛ بنابراین تنش حداقل افقی خواهد بود و شکستگی‌ها عمود بر این راستا یعنی به‌صورت قائم گسترش می‌یابند [۳]. ژانگ نیز در مورد جهت قرارگیری شکستگی نشان داده است که اگر یک چاه افقی در جهت تنش افقی حداقل حفر شود، شکستگی‌های هیدرولیکی ممکن است برای تماس با سنگ‌های مخزن بهینه‌تر باشند. اگر یک چاه افقی در یکی از جهت‌های اصلی تنش حفر نشده باشد، در این صورت تنش‌های برشی در چاه و در سوراخ‌های پرفوریشن ایجاد می‌شود و باعث پیچیدن شکستگی‌های هیدرولیکی می‌شود [۴]. دوان و همکاران با مدل‌سازی عددی شکست هیدرولیکی در سنگ‌های تراوا به روش المان مجزا، به بررسی اثر ویسکوزیته، نرخ تزریق و تنش‌های برجا بر شکست هیدرولیکی پرداخته‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند که فشار شکست به طور خطی با اندازه تنش برجا افزایش می‌یابد و با فشار منفذی اولیه به صورت خطی کاهش می‌یابد [۵]. بنواده و همکاران با بررسی شکست‌های محوری و عرضی در عملیات تکمیل چاه به وسیله مدل‌های تحلیلی و شبیه‌سازی‌های عددی مبتنی بر شبکه، به این نتیجه رسیدند که ناهمسانگردی تنش عامل اصلی کنترل شروع شکستگی و طول شکاف مورد نیاز برای تسلط بر شکستگی عرضی و حتی محوری در اطراف چاه است [۶]. همچنین در بررسی که آریا و همکاران جهت تخمین فشار شکست انجام داده‌اند، تنش افقی حداقل بیشترین تاثیر را بر

شده است. این سازند که دارای گسترش فراوانی بوده و سنگ-شناسی عمومی آن شامل آهک، دولومیت، و انیدریت است؛ دارای ذخایر بزرگ گازی می‌باشد که در حال حاضر میدان‌های گازی پارس جنوبی، سلمان و کوه موند در حال بهره‌برداری از آن می‌باشند [۱۲]. در شکل ۱ محل قرارگیری میادین بهره‌بردار از این سازند نشان داده شده است. همچنین خصوصیات ژئومکانیکی و مقادیر تنش‌های برجا به ترتیب در جدول ۱ و ۲ آورده شده است.

به بررسی رشد ترک در محیط پوروالاستیک با استفاده از کوپل کامل روش ناپیوستگی جابجایی و بررسی راه‌حل موجود به دو صورت کوتاه‌مدت و بلندمدت پرداخته‌اند [۱۱].

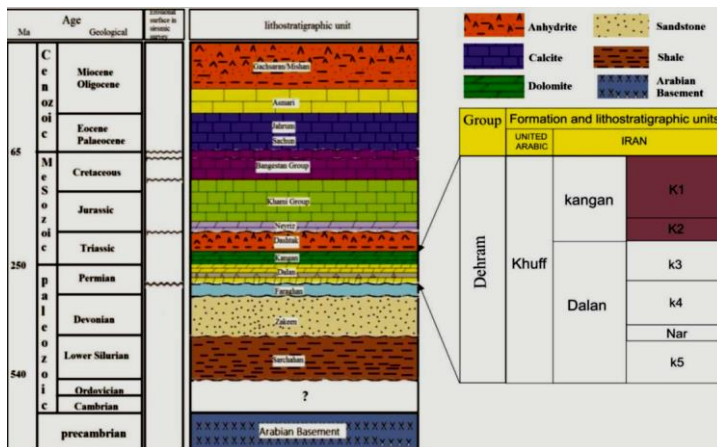
۲. مشخصات ژئومکانیکی سازند مورد

مطالعه

در این پژوهش از داده‌های ژئومکانیکی سازند کنگان بخشی از گروه دهرم به سن پرموتریاس جهت مدل‌سازی استفاده



(الف)



(ب)

شکل ۱: (الف) میدان گازی پارس جنوبی محل بهره‌برداری از سازند کنگان (ب) ستون چینه‌شناسی گروه دهرم [۱۲]

جدول ۲: مقادیر تنش‌های برجا

تنش قائم (MPa)	تنش افقی حداکثر (MPa)	تنش افقی حداقل (MPa)
۵۴٫۲۰	۴۷٫۶۲	۴۰٫۵۰

جدول ۱: خصوصیات ژئومکانیکی سازند

مدول یانگ (GPa)	نسبت بواسون	تخلخل (%)	فشار منفذی (MPa)
۳۷	۰٫۲۷	۱۰	۱۴

۳. روش انجام کار

در این بخش مراحل ایجاد برنامه‌ی مورد استفاده جهت این پژوهش بیان شده است. ابتدا مکانیک شکست خطی به عنوان زیربنای کد مورد استفاده توضیح داده شده و سپس نحوه ایجاد کد با استفاده از روش عددی ناپیوستگی جابجایی که زیرمجموعه روش عددی المان مرزی غیرمستقیم می‌باشد آورده شده است. در بخش آخر نیز نحوه افزودن راه حل جریان سیال بیان شده است.

۱.۳ روش عددی المان مرزی و مکانیک شکست

الاستیک خطی

رویکردهای عددی اتخاذ شده برای شبیه‌سازی شکست هیدرولیکی را می‌توان به طور کلی در دسته‌های پیوسته و ناپیوسته طبقه‌بندی کرد. اکثر روش‌های پیوسته بر اساس چندین فرضیه و ساده‌سازی از قبیل مواد ایزوتروپیک و همگن، تغییر شکل الاستیک خطی و فرض مکانیک شکست الاستیک خطی برای رشد شکستگی است [۵]. تجزیه و تحلیل الاستیک تنش معمولاً با استفاده از روش المان محدود (*FEM*) و روش المان مرزی (*BEM*) انجام می‌شود. روش المان مرزی در حل مسائلی که در آن‌ها نسبت سطح به حجم کوچکتر است و تنش به سرعت تغییر می‌کند، کارآمدتر است. در این روش به دلیل کاهش یک بعد مسئله و عدم نیاز به المان بندی سطح، میزان داده‌ها و زمان محاسبات نسبت به روش المان محدود به شدت کاهش می‌یابد. روش ناپیوستگی جابجایی (*DDM*) که در سال ۱۹۷۶ توسط کروچ توسعه داده شده است، یک روش المان مرزی غیرمستقیم است که به صورت گسترده برای مدل‌سازی مسائل گسترش ترک در مکانیک شکست سنگ مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۳].

اگرچه مطالعات اولیه در مورد شکستگی در سنگ از تئوری ترک و انرژی سطح استفاده کرده است، در حال حاضر بیشتر تجزیه و تحلیل شکستگی سنگ از نظر مکانیک شکست الاستیک خطی (*LEFM*)^۱ صورت می‌گیرد. حالت‌های خاص مکانیک شکست که با ایده‌آل‌سازی‌هایی بر پایه نادیده گرفتن پلاستیسیته نوک ترک انجام می‌شود. اولین کارهای انجام شده بر روی مکانیک شکست متعلق به گریفیث است [۱۴].

بعد از آن ابروین ضریبی به نام فاکتور شدت تنش (*SIF*)^۲ را تعریف کرد که مقدار تنش و کرنش محلی را در نوک ترک نشان می‌دهد [۱۵]. این ضریب یکی از اساسی‌ترین و مفیدترین پارامترها در مکانیک شکست است.

۲.۳ راه حل عددی المان مرتبه بالا ناپیوستگی

جابجایی

در این بخش راه‌حل مکانیکی مرتبه بالای گسترش ترک به وسیله برنامه *TDDQCR*^۲ که توسط فاتحی و همکاران نوشته شده است، بیان می‌شود [۱۶]. برنامه *TDDQCR* بر پایه روش عددی المان مرزی غیرمستقیم (ناپیوستگی جابجایی) نوشته شده است. این برنامه طول ترک را به *N* المان تقسیم می‌کند، که هر کدام از این المان‌ها به سه زیر المان تقسیم شده و برای هر کدام از این زیر المان‌ها مقادیر تنش و ناپیوستگی جابجایی محاسبه می‌شود. تقسیم المان‌ها به سه زیر المان باعث افزایش دقت محاسبات می‌شود. اجزای جابجایی نرمال و برشی برای هر زیر المان به دست آمده و با توجه به آن‌ها مقادیر ناپیوستگی جابجایی نرمال و برشی نیز محاسبه خواهد شد. در نهایت با استفاده از مقادیر ناپیوستگی جابجایی، مقادیر تنش نرمال و برشی به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶]

$$\begin{cases} \sigma_n = \sum_{j=1}^N A_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{sn}^{ij} D_n^j \\ \sigma_s = \sum_{j=1}^N A_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{nn}^{ij} D_n^j \end{cases} \quad (1)$$

که در آن σ_n و σ_s به ترتیب تنش نرمال و برشی، D_s و D_n ناپیوستگی جابجایی نرمال و برشی، N تعداد المان‌ها و ضرایب A ضرایب تاثیر مرزی برای تنش می‌باشد که توسط برنامه محاسبه می‌شود.

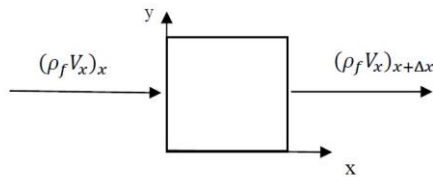
روش ناپیوستگی جابجایی اجازه می‌دهد تا سطوح ترک گسسته شوند و بازشدگی ترک (ناپیوستگی جابجایی نرمال) و جابجایی لغزشی ترک (ناپیوستگی جابجایی برشی) را مستقیماً به عنوان بخشی از راه‌حل برای هر المان محاسبه می‌کند. به دلیل تغییرات تکینگی $\frac{1}{\sqrt{r}}$ و \sqrt{r} برای تنش‌ها و جابجایی‌های نزدیک به انتهای ترک، دقت روش ناپیوستگی جابجایی در مجاورت نوک ترک کاهش می‌یابد؛ بنابراین راه-حل مخصوصی برای این روش در المان نوک ترک نیاز است. با استفاده از یک المان نوک ترک مخصوص به طول $2a$

³Two-dimensional Displacement Discontinuity methods using Quadratic elements for Crack analysis

¹ Linear Elastic Fracture Mechanics

² Stress intensity factor

قائم نسبت به سطح مینا و p فشار سیال می‌باشد. با توجه به قانون بقای جرم برای یک حجم واحد در فضا همانند شکل ۳ داریم؛ نرخ حجم خالص جریان رو به بیرون باید مساوی با نرخ حجم خالص جریان ورودی به علاوه نرخ ذخیره آزاد شده از محیط در واحد زمان و نرخ سیال مشارکت داده شده توسط مخزن یا رسوب درون دامنه باشد.



شکل ۳: یک المان دوبعدی با جریان سیال یک بعدی

بنابراین معادله پیوستگی بر اساس بقای جرم برای جریان یک بعدی بر اساس مقدار دهانه ترک به دست می‌آید

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

که در آن D_y جابجایی قائم و q جریان سیال می‌باشد. همچنین معادله مومنتم سیالات نیوتونی برای جریان سیال در شکستگی‌های موازی به صورت زیر به دست خواهد آمد

$$q = -\frac{D_y^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5)$$

که μ ویسکوزیته سیال است. با جای‌گذاری مقدار جریان به دست آمده در رابطه ۵ در معادله ۴ و ساده‌سازی مشتق‌ها داریم

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} = \frac{1}{12\mu} \left[\frac{\partial D_y^3}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + D_y^3 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right] \quad (6)$$

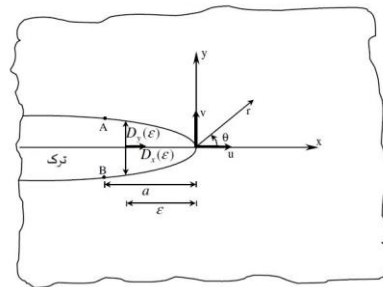
در این قسمت جهت حل معادلات به دست آمده توسط قوانین بقای جرم و تعادل مومنتم از روش عددی تفاضل محدود یا به اختصار FDM استفاده می‌شود. دیفرانسیل متغیرهای وابسته که در معادلات دیفرانسیل جزئی ظاهر می‌شوند دارای شرایط مرزی معینی هستند که نمی‌توان با یک راه‌حل مطمئن و دقیق به حل آن‌ها پرداخت؛ بنابراین باید به صورت عبارات تقریبی بیان شوند، به طوری که بتوان از رایانه برای به دست آوردن راه‌حل استفاده کرد. یکی از روش‌هایی که جهت محاسبه این مشتقات جزئی به صورت تقریبی استفاده می‌شود، روش تفاضل محدود است. این روش که محیط پیوسته را به گسسته تبدیل می‌کند با استفاده از تقریب

همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، تغییرات ناپیوستگی جابجایی در امتداد این المان به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶]

$$D_x(\varepsilon) = D_x(a) \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$D_y(\varepsilon) = D_y(a) \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$$

که در آن ε فاصله از نوک ترک و $D_x(a)$ و $D_y(a)$ ناپیوستگی جابجایی بازشدگی و لغزشی در مرکز المان مخصوص نوک ترک است.



شکل ۲: روش همبستگی جابجایی مخصوص المان نوک ترک [۱۶]

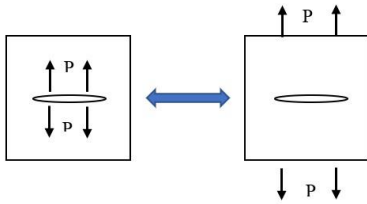
در نهایت برنامه $TDDQCR$ با مقایسه مقدار فاکتور شدت تنش با فاکتور شدت تنش بحرانی، احتمال رشد ترک را بررسی و در صورت رشد ترک، زاویه رشد ترک را تعیین می‌کند.

۳.۳ معادلات حاکم بر جریان سیال در ترک

معادلات حاکم بر جریان سیال در یک محیط پیوسته شامل معادلات پیوستگی، معادلات حرکت و انرژی می‌باشند. در این پژوهش معادله پیوستگی با استفاده از قانون بقای جرم و معادله حرکت با استفاده از قانون بقای مومنتم ارائه شده است. با استفاده از قانون داریسی برای توصیف جریان سیالات، شار سیال را به صورت زیر داریم

$$V_i = -k_i \frac{\partial h}{\partial i} \quad (3)$$

که V_i سرعت جریان (حجم سیال گذرنده در واحد زمان از سطح مقطع واحد)، k_i نفوذپذیری محیط در جهت i و h هد هیدرولیکی است که به صورت $h = Z + \frac{p}{\rho_f g}$ تعریف می‌شود؛ که در آن ρ_f چگالی سیال، g شتاب گرانش، Z ارتفاع

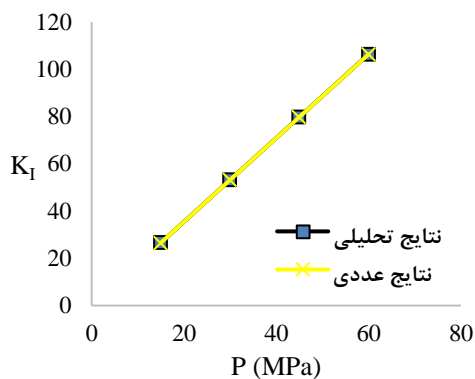


شکل ۴: ترک مرکزی تحت فشار داخلی در صفحه نامحدود [۱۷]

پاسخ تحلیلی این مسئله برای مقدار فاکتور شدت تنش مدول یک توسط ویتاکر به صورت زیر ارائه شده است [۱۷]

$$K_I = P\sqrt{\pi a} \quad (۸)$$

در نمودار شکل ۵ مقادیر به دست آمده از راه حل تحلیلی و مدل عددی برای مقادیر مختلف فشار آمده است که نشان دهنده‌ی مطابقت خوب پاسخ نرم افزار و راه حل تحلیلی می‌باشد.



شکل ۵: مقایسه نتایج تحلیلی و عددی مدل ترک تحت فشار داخلی

مدل دیگری که جهت اعتبارسنجی این برنامه مورد استفاده قرار گرفته است، مدل دوبعدی ترک تیغه‌ای شکل تحت بار متمرکز در مرکز طول ترک است که توسط زوباک^۹ و پولارد^{۱۰} مورد بررسی قرار گرفته و راه حل تحلیلی آن موجود است. در شکل ۶ شماتیک مدل نشان داده شده است [۱۸].

تفاضل محدود به دست آمده از بسط سری تیلور مشتقات جزئی را محاسبه می‌کند. در این روش ابتدا دامنه بسته به بُعد مسئله به صورت شبکه‌ای^۴ گسسته می‌شود. سپس تقریب تفاضل محدود بسته به مرتبه و بُعد مسئله در سه حالت مرکزی^۵، پیش‌رو^۶ و پس‌رو^۷ محاسبه می‌شود. برای حل این معادله به روش تفاضل محدود زمان پیش‌رونده و مکان مرکزی^۸ (FTCS) از شرایط اولیه و مرزی زیر استفاده می‌کنیم

$$I.C: t = 0 \rightarrow D_y(t) = D_y^M \quad (۷)$$

$$B.C: \begin{cases} x = R \rightarrow P = P_w \\ x = R + 2a \rightarrow P = 0 \end{cases}$$

که R شعاع چاه و $2a$ طول ترک است.

روش حل:

- در گام نخست ترک در محیط الاستیک مدل شده و انتشار می‌یابد.
- سپس مقدار بازشدگی الاستیک ترک در گام زمانی صفر وارد می‌شود.
- همچنین مقدار بازشدگی در المان اول به وسیله رابطه تحلیلی محاسبه می‌شود.
- با توجه به خصوصیات سیال داخل ترک و حل تفاضل محدود مرکزی، مقدار بازشدگی در گام زمانی بعدی به دست می‌آید.

۴. اعتبارسنجی برنامه مورد نظر

جهت اعتبارسنجی برنامه عددی $TDDQCR$ مسئله تحلیلی نشان دهنده اصل سوپرپوزیشن از کتاب ویتاکر که دارای پاسخ تحلیلی می‌باشد، مدل شده است. در این مسئله یک ترک خطی به طول $2a$ در یک صفحه نامحدود تحت فشار داخلی 30 MPa می‌باشد که با توجه به اصل سوپرپوزیشن به یک ترک خطی تحت کشش تبدیل می‌شود، مدل شده است. در شکل ۴ اصل سوپرپوزیشن و شماتیک مسئله نشان داده شده است [۱۷].

⁸ Forward Time Central Space

⁹ Zoback

¹⁰ Pollard

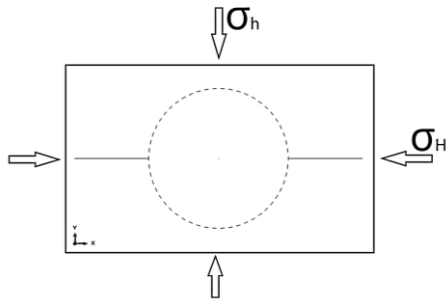
⁴ Mesh

⁵ Central Difference

⁶ Forward difference

⁷ Backward Difference

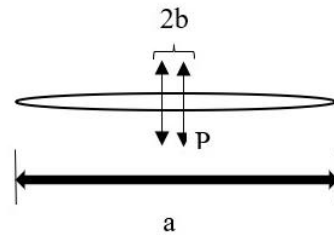
نسبت به تنش‌ها، این مقایسه در سه حالت انجام شده و مقادیر فشار لازم جهت رشد ترک مقایسه شده است. با توجه به فرض قائم بودن چاه؛ در حالت اول ترک در جهت تنش افقی حداکثر، در حالت دوم ترک در جهت تنش افقی حداقل و در حالت سوم ترک با زاویه نسبت به تنش افقی حداکثر قرار گرفته است. با توجه به متقارن بودن نتایج در ترک دو لبه‌ای، جهت کاهش زمان محاسبات، نتایج تنها یکی از لبه‌های ترک نشان داده شده است. همچنین با توجه به دوبعدی بودن مدل‌سازی، شکستگی‌های مدل شده به صورت ارتفاع ثابت در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این تنش افقی حداکثر در راستای محور X و تنش افقی حداقل در راستای محور Y قرار گرفته است. شرایط مرزی به صورت تنش برشی و نرمال تنظیم شده است. نسبت میان تنش‌های افقی به صورت $\sigma_H = k\sigma_h$ در نظر گرفته می‌شود که σ_H تنش افقی حداکثر و σ_h تنش افقی حداقل می‌باشد. برای بررسی طول ترک و میزان بازشدگی، نسبت میان تنش‌های افقی یعنی k مقادیر ۱، ۱.۵، ۲ و ۳ در نظر گرفته خواهد شد تا اثر نسبت تنش‌ها بر پارامترهای ذکر شده بررسی شود. همچنین با توجه به متخلخل بودن محیط و وجود فشار منفذی، مقادیر تنش به صورت تنش موثر قرار گرفته‌اند. در شکل ۸ شماتیک مدل و شرایط مرزی و تنش‌ها نشان داده شده است.



شکل ۸: شماتیک مدل ترک مستقیم دو لبه‌ای در چاه قائم

با توجه به موارد یاد شده نتایج فشار شروع رشد ترک در نسبت‌های مختلف تنش‌های برجا در گراف‌های شکل ۹ آورده شده است.

همچنین در مقایسه‌ای میزان بازشدگی ترک در راستای تنش افقی حداکثر در نسبت‌های مختلف تنش برجا در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

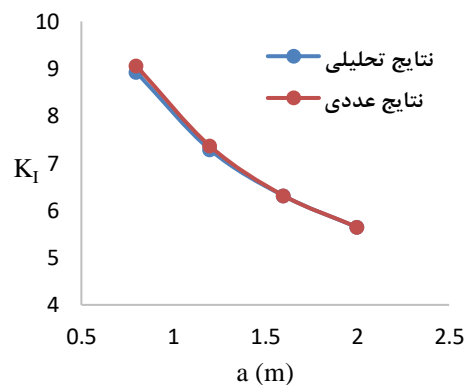


شکل ۶: شماتیک ترک تیغه‌ای تحت بار متمرکز در وسط طول ترک [۱۸]

زوباک و پولارد مقدار فاکتور شدت تنش مود یک را برای این مسئله به صورت زیر به دست آورده‌اند [۱۸]

$$K_I = \frac{2Pb}{\sqrt{\pi a/2}} \quad (9)$$

که در شکل ۷ نمودار مقایسه پاسخ تحلیلی و پاسخ عددی برنامه نشان داده شده است.

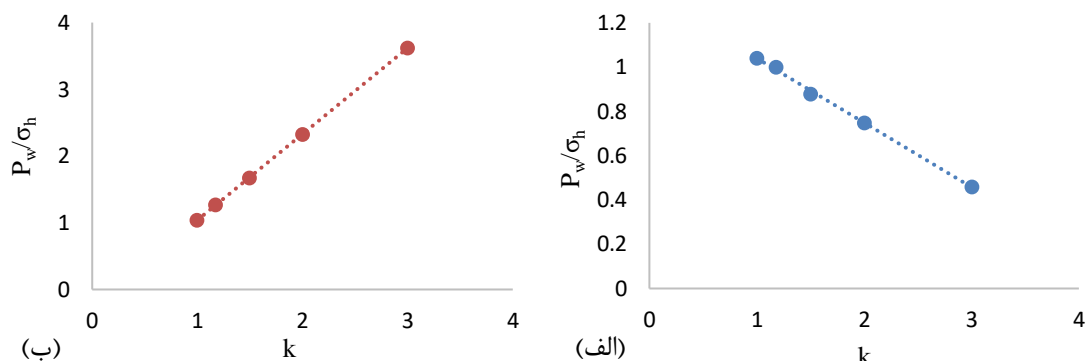


شکل ۷: مقایسه نتایج تحلیلی و عددی مدل ترک تیغه‌ای تحت بار مرکزی

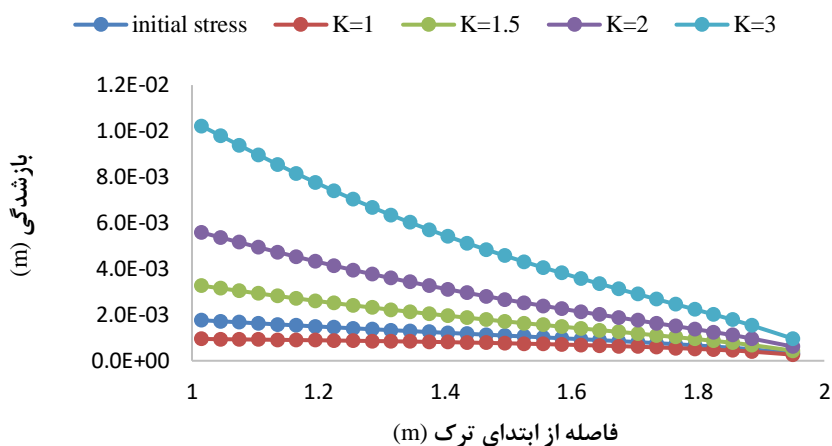
با توجه به نتایج فوق و تطابق بسیار خوب نتایج تحلیلی و عددی، می‌توان گفت دقت پاسخ خروجی برنامه *TDDQCR* همان‌طور که در پژوهش‌های پیشین نیز مشخص شده است، به واقعیت و نتایج تحلیلی نزدیک است.

۵. بررسی اثر تنش‌های برجا بر شکست هیدرولیکی

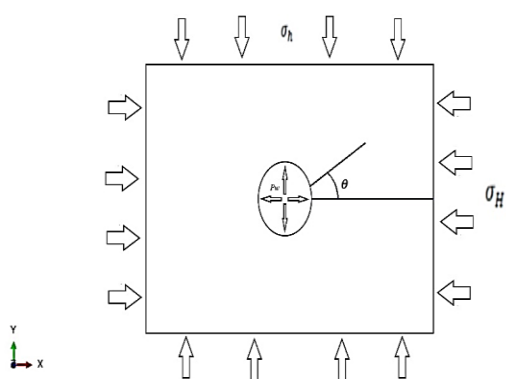
جهت بررسی اثر نسبت تنش‌های برجا و جهت قرارگیری ترک



شکل ۹: نتایج فشار شروع رشد ترک در مقابل نسبت تنش‌های برجا در (الف) ترک در جهت تنش افقی حداکثر، (ب) ترک در جهت تنش افقی حداقل



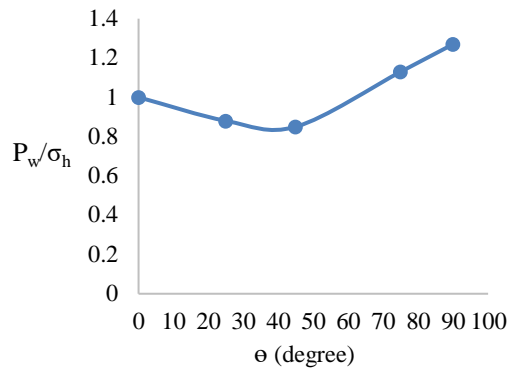
شکل ۱۰: میزان بازشدگی نیمه ترک در نسبت‌های مختلف تنش برجا



شکل ۱۱: شماتیک مدل ترک زاویه‌دار نسبت به تنش حداکثر

با توجه به شکل ۹ و ۱۰ می‌توان نتیجه گرفت که در حالتی که ترک در راستای تنش افقی حداکثر باشد، با افزایش نسبت تنش‌های برجا، به فشار رشد ترک کمتر و میزان بازشدگی ترک بیشتر دست خواهیم یافت. در ادامه به بررسی اثر زاویه ترک اولیه نسبت به تنش حداکثر بر فشار شروع انتشار ترک پرداخته شده است. برای این بررسی ترک اولیه در زوایای ۲۵، ۴۵ و ۷۵ درجه نسبت به تنش حداکثر مطابق با شماتیک مدل نشان داده شده در شکل ۱۱ در نظر گرفته شده است.

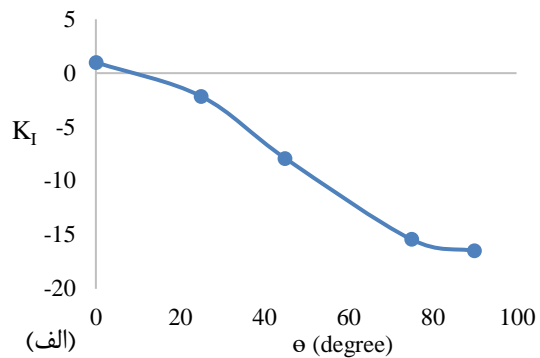
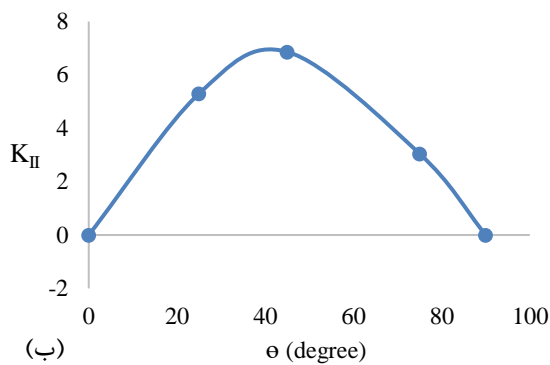
نتایج میزان فشار تزریق جهت شروع انتشار ترک در گراف شکل ۱۲ نشان داده شده است. این نتایج برای حالت



شکل ۱۲: نتایج فشار شروع رشد ترک در زوایای مختلف

تنش‌های برجای افقی به دست آمده است. همان‌طور که مشخص است، در زاویه ۷۵ درجه ترک اولیه نسبت به تنش حداکثر، میزان فشار تزریق جهت شروع رشد ترک افزایش می‌یابد. علت این امر این است که تمرکز تنش‌های القایی مقاوم در برابر بازشدگی در اطراف نوک ترک به‌خاطر زاویه قرارگیری، بیشتر به تنش حداکثر نزدیک می‌شود.

همچنین تاثیر زاویه قرارگیری ترک اولیه نسبت به تنش حداکثر بر فاکتورهای شدت تنش مود ۱ و ۲ نیز در گراف‌های شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۳: میزان فاکتور شدت تنش (الف) مود یک و (ب) مود دو، در زوایای مختلف

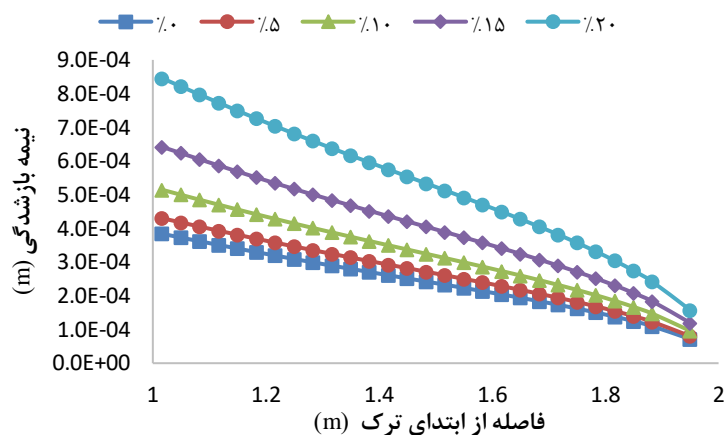
جدول ۳: مقادیر پارامترهای الاستیک در درصدهای مختلف

تخلخل [۱۹]		
ضریب پواسون	مدول یانگ GPa	درصد تخلخل %
۰٫۲۹	۴۹	۰
۰٫۲۸	۴۴	۵
۰٫۲۷	۳۷	۱۰
۰٫۲۵	۳۰	۱۵
۰٫۲۳	۲۳	۲۰

با توجه به داده‌های جدول ۳ بررسی بازشدگی ترک در درصدهای مختلف تخلخل انجام شده است و نتایج به دست آمده در شکل ۱۴ نشان داده شده است.

۴. بررسی اثر تخلخل بر شکست هیدرولیکی

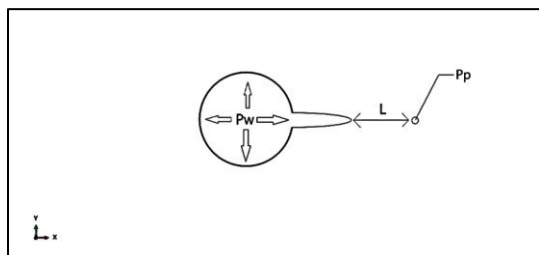
جهت بررسی تاثیر تخلخل بر نحوه انتشار ترک، با توجه به مطالعات صورت گرفته در مورد اثر تخلخل بر پارامترهای الاستیک مانند مدول یانگ و ضریب پواسون و تغییر این پارامترها در مقادیر مختلف تخلخل، اقدام به مدل‌سازی ترک شده است. این بررسی در مقادیر تخلخل ۰، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد انجام شده است. با توجه به مطالعات صورت گرفته توسط نجارزاده و همکاران [۱۹] و همچنین خوشنویس زاده و همکاران [۲۰]، با افزایش تخلخل، مقدار مدول یانگ و ضریب پواسون سازند کاهش می‌یابد. این تغییرات که متعلق به سازند کنگان می‌باشد در جدول ۳ آورده شده است.



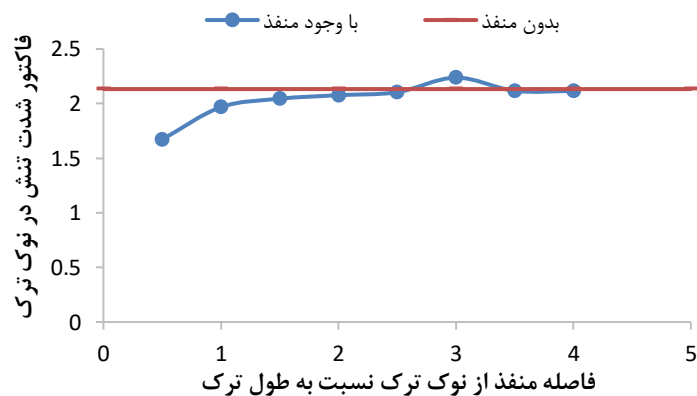
شکل ۱۴: بررسی بازشدگی ترک با درصد تخلخل

با توجه به شکل ۱۴ می‌توان نتیجه گرفت با افزایش تخلخل و کاهش مدول یانگ و ضریب پواسون، میزان بازشدگی ترک افزایش می‌یابد.

نکته دیگر در مورد منافذ این است که در صورت قرارگیری منافذ در مسیر ترک، به علت فشار منفذی سازند، به فشار تزریق بیشتری جهت شروع انتشار ترک نیاز است. در شکل ۱۵ شماتیک مدل بررسی میزان فاصله منفذ از نوک ترک و اثر آن بر فاکتور شدت تنش نوک ترک نشان داده شده است. نتیجه این بررسی نیز در شکل ۱۶ نشان داده شده است.



شکل ۱۵: شماتیک بررسی اثر فاصله منفذ از نوک ترک



شکل ۱۶: مقدار شدت تنش نوک ترک در فواصل مختلف منفذ

ترک، فشار منفذی باعث کاهش فاکتور شدت تنش نوک ترک و نیاز به فشار تزریق بیشتر جهت انتشار ترک می‌شود. در فواصل بیشتر از سه و نیم مقدار شدت تنش نوک به مقدار آن

همانطور که از شکل ۱۶ مشخص است اثرپذیری نوک ترک از وجود منفذ دارای فشار منفذی تا فاصله سه برابر نصف طول ترک است. در فاصله‌داری کم‌تر از ۲٫۵ منفذ از نوک

در شرایط عدم حضور منفذ نزدیک می‌شود. در فاصله ۲/۵ تا ۳/۵ نیز وجود منفذ اثر معکوس بر شدت تنش نوک دارد و باعث افزایش آن می‌شود.

۷. نتیجه گیری

شکست هیدرولیکی دارای استفاده گسترده‌ای در صنعت نفت و گاز می‌باشد که با توجه به حساسیت و هزینه‌های بالای اجراء بررسی و مدل‌سازی آن امری مهم و ضروری است. در این پژوهش سعی شده است به دو عامل بسیار مهم در تعیین نحوه انتشار ترک، یعنی تنش‌های برجا و تخلخل و اثر این پارامترها بر سایر پارامترهای ژئومکانیکی پرداخته شود. با استفاده از کوپل روش‌های تفاضل محدود و ناپیوستگی جابجایی، تغییرات فشار، راستا و میزان بازشدگی ترک به عنوان پارامترهای طراحی شکست هیدرولیکی مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت باتوجه به مدل‌سازی‌های صورت گرفته و مطالعات پیشین، می‌توان نتایج زیر را از این پژوهش به دست آورد:

- شکستگی‌ها به موازات تنش اصلی حداکثر انتشار می‌یابند و در جهتی که کم‌ترین نیروی مقاوم وجود دارد باز می‌شوند.
- گرچه مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده فشار شکست تنش عمود بر بازشدگی ترک است؛ اما افزایش اختلاف تنش‌های برجا باعث کاهش فشار شکست مورد نیاز می‌شود.
- در صورتی که ترک اولیه در جهت تنش‌های اصلی ایجاد نشده باشد، وجود تنش‌های برشی باعث منحرف شدن یا چرخش شکستگی خواهد شد.
- اگر ترک اولیه با زاویه‌ای کمتر از ۴۵ درجه نسبت به تنش حداکثر ایجاد شود، به فشار شکست کمتری برای انتشار ترک نیاز هست. همچنین در حالتی که زاویه ترک اولیه نسبت به تنش حداکثر بیشتر از ۴۵ درجه باشد، علاوه بر افزایش فشار شکست لازم جهت انتشار، به علت چرخش ترک به سمت تنش حداکثر و زاویه‌ی زیاد امکان گیرکردن پروپانت و مسدود شدن کانال جریان وجود دارد.
- مقدار فاکتور شدت تنش حالت یک (K_I) با افزایش زاویه ترک اولیه نسبت به تنش حداکثر، کاهش می‌یابد. فاکتور شدت تنش حالت دو (K_{II}) با افزایش زاویه تا ۴۰

- درجه افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد.
- با توجه به این که افزایش تخلخل موجب کاهش مدول یانگ و ضریب پواسون سازند می‌شود، افزایش تخلخل می‌تواند باعث افزایش بازشدگی ترک گردد. البته از طرفی افزایش تخلخل می‌تواند منجر به نفوذ بیشتر سیال به سازند شود و دبی تزریق افزایش پیدا کند.
- بررسی فاصله داری منفذ دارای فشار سیال منفذی از نوک ترک نشان می‌دهد؛ در صورتی که فاصله منفذ از نوک ترک کمتر از ۲/۵ برابر نصف طول ترک باشد، فاکتور شدت تنش نوک شکست کاهش می‌یابد. در فاصله ۲/۵ تا ۳/۵ برابر نصف طول ترک، وجود منفذ دارای فشار فاکتور شدت تنش نوک شکست را افزایش می‌دهد. در فواصل بیشتر از ۳/۵ برابر، مقدار فاکتور شدت تنش نوک به حالت بدون تخلخل یا منفذ نزدیک می‌شود.

۸. مراجع

- [1] Fjaer, E., Holt, R. M., Horsrud, P., Raaen, A. M., & Risnes, R. (2008). *Petroleum Related Rock Mechanics* (2nd Edition ed.). Elsevier
- [2] Montgomery, C. T., & Smith, M. B. (2010). Hydraulic fracturing: history of an enduring technology. *Journal of Petroleum Technology*, 62(12), 26-40 .
- [3] HUBBERT, M. (1957). KING & WILLIS, EG Mechanics of Hydraulic Fracturing. *AIME Trans*, 210 .
- [4] Zhang, J. J. (2019). *Applied petroleum geomechanics*. Gulf Professional Publishing .
- [5] Duan, K., Kwok, C. Y., Wu, W & ,Jing, L. (2018). DEM modeling of hydraulic fracturing in permeable rock: influence of viscosity, injection rate and in situ states. *Acta Geotechnica*, 13(5), 1187-1202 .
- [6] Benouadah, N., Djabelkhir, N., Song, X., Rasouli, V., & Damjanac, B. (2021). Simulation of Competition Between Transverse Notches Versus Axial Fractures in Open Hole Completion Hydraulic Fracturing. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 54(5), 2249-2265 .
- [7] ARIA, M., FALLAH, A., & HOSSEINI, M. (2018). Development Of A Model For Estimating The Hydraulic Breakdown Pressure In Carbonate Rocks Of Iranian Oil Wells. *JOURNAL OF MINERAL RESOURCES ENGINEERING*, 3(1), 13-28 .
- [8] Liu, H., Wang, H., Wu, H.-A., & Wang, X.-X. (2013). Effect of reservoir porosity and clay content on hydraulic fracture height containment. *IPTC 2013*:

strength parameters and their relationship with porosity in Kangan and Dalan formations in one of the well in south pars gas field. *Iranian Journal of Petroleum Geology*, 7(14), 19-34 .

International Petroleum Technology Conference ,

[9] Deris Abdolah pour, M. R., Nikkhah, M. S., Naderi, H., & Jalalifar, H. (2022). Effect of porosity and confining pressure on hydraulic fracturing mechanism using experimental tests. *Journal of Petroleum Geomechanics*, 4(4), 77-98. <https://doi.org/10.22107/jpg.2022.326868.1157>

[10] Lak, M., Marji, M. F., Bafghi, A. Y., & Abdollahipour, A. (2019). A coupled finite difference-boundary element method for modeling the propagation of explosion-induced radial cracks around a wellbore. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 64, 41-51 .

[11] Abdollahipour, A., Marji, M. F., Bafghi, A. Y., & Gholamnejad, J. (2016). Time-dependent crack propagation in a poroelastic medium using a fully coupled hydromechanical displacement discontinuity method. *International Journal of Fracture*, 199(1), 71-87 .

[12] Nosrati, A., Kadkhodaie, A., Amini, A., Chehrizi, A., Mehdipour, V., & Moslemnezhad, T. (2019). Reservoir properties distribution in the framework of sequence stratigraphic units: A case study from the Kangan Formation, Iranian offshore gas field, the Persian Gulf basin. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 65, 1-15 .

[13] Crouch, S. L. (1976). Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method. I. Infinite body solution. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10(2), 301-343 .

[14] Griffith, A. A. (1921). VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 221(582-593), 163-198 .

[15] Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate .

[16] Marji, M. F ., Hosseini_Nasab, H., & Kohsary, A. H. (2006). On the uses of special crack tip elements in numerical rock fracture mechanics. *International journal of solids and structures*, 43(6), 1669-1692 .

[17] Whittaker, B. N., Singh, R. N., & Sun, G. (1992). Rock fracture mechanics. Principles, design and applications.

[18] Zoback, M. D. (2010). *Reservoir geomechanics*. Cambridge university press .

[19] Najjarzadeh, H., Kazemi, M. S., & Ghassem Alaskari, M. K. (2016). Effect of Porosity on Elastic Moduli in Reservoir Zone of South Pars Field. *Journal of Petroleum Research*, 26(95), 67-78 .

[20] KhoshnevisZadeh, R., Hajian, A., & Larki, E. (2018). Calculation of elasticity modulus and rock